ВІДПОВІДІ
підсумкової атестації для слухачів підготовчих курсів
Національного університету харчових технологій
з МАТЕМАТИКИ
2021

Кожне з завдань учасник повинен завершити словом «Відповідь» і записати відповідь, яку він отримав.

Завдання 1–3 мають по чотири варіанти відповіді (А–Г), з яких тільки ОДНА – ПРАВИЛЬНА. Завдання з вибором відповіді вважається виконаним правильно, якщо у полі «Відповідь» відповідного завдання записана тільки одна буква, якою позначена правильна відповідь. За кожну правильну відповідь на завдання 1–3 учасник отримує по 1 балу.

1. Розв'язати рівняння $3x+13=5x+1$.

А) 6; Б) 9; В) 4; Г) 36.

Відповідь: **А.**

2. Обчислити без калькулятора $\sqrt[3]{25}\cdot\sqrt[3]{5}$.

А) 1; Б) 10; В) 5; Г) 0,5.

Відповідь: **В.**

3. Знайти периметр квадрата, якщо його площа дорівнює 49кв.од.

А) 49; Б) 14; В) 21; Г) 28.

Відповідь: Г.

Завдання 4–10 повинні містити ПОВНЕ розв'язання задачі, яке підтверджує правильну відповідь. Завдання вважається розв'язаним і оцінюється вказаними для нього балами, якщо наведено повне правильне розв'язання, і записана правильна відповідь. За кожне правильне розв'язання завдання 4–7 учасник отримує по 2 бали, за завдання 8–10 отримує по 3 бали.

4. Спростити вираз $\frac{a^2-81}{a+9}-a+2$.

Розв'язання.

$$\frac{a^2-81}{a+9}-a+2=\frac{(a-9)(a+9)}{a+9}-a+2=a-9-a+2=-7.$$

Відповідь: -7**.**

5. Розв'язати нерівність $3^{6x-17} \le 3^{x-4}$. У відповіді вказати найбільше значення *x*, яке задовольняє нерівність.

Розв'язання.

Відомо, якщо $a^{f(x)} \le a^{g(x)}$, $a > 1$, то $f(x) \le g(x)$. Тоді дана нерівність $3^{6x-17} \le 3^{x-4}$ має місце при всіх значеннях x, які задовольняють нерівність

$$6x - 17 \le x - 4$$
$$6x - x \le 17 - 4;$$
$$5x \le 13;$$
$$5x \le 13; \quad \Rightarrow \quad x \le 2{,}6.$$

Відповідь: 2,6 **.**

6. Розв'язати систему рівнянь: $\begin{cases} 2x - y = -5; \\ 2x + 5y = 1. \end{cases}$

Розв'язання.

Розв'яжемо систему методом додавання. Помножимо обидві частини першого рівняння на -1, одержимо:

$$\begin{cases} -2x + y = 5; \\ 2x + 5y = 1. \end{cases}$$

Додамо почленно ліві та праві частини рівнянь системи, маємо:

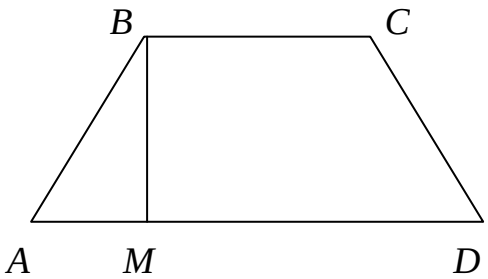
$$-2x + y + 2x + 5y = 5 + 1, \ 6y = 6, \ y = 1.$$

Підставимо знайдене значення $y = 1$ в перше рівняння вихідної системи, маємо $2x - 1 = -5$, $x = -2$. Отже, $x = -2$, $y = 1$.

***Відповідь*:** $(-2;1)$.

7. Площа трапеції дорівнює 70 см^2, а її висота дорівнює 7 см. Знайдіть основи трапеції, якщо одна з основ у 3 рази менша за другу.

Розв'язання.



Проведемо висоту BM, за умови $BM = 7$ см. Позначимо $BC = x$, тоді за умови $AD = 3x$.

Площу трапеції можна знайти за формулою

$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BM,$$

маємо $S = \dfrac{x + 3x}{2} \cdot 7 = 14x$.

За умови площа трапеції дорівнює 70 см^2. Розв'яжемо рівняння:

$$14x = 70; \quad \Rightarrow \quad x = 5.$$

Знайдемо основи трапеції:

$$BC = 5 \text{ см}, \ AD = 15 \text{ см}.$$

Відповідь: 5 см, 15 см.

8. Дано функцію $f(x) = 2x^4 - 3x + 5\cos x$. Знайти похідну функції $f'(x)$ та значення похідної при $x = 0$.

Розв'язання.

Знайдемо похідну заданої функції. Відомо, що $(u+v)' = u' + v'$, $(Cu)' = C \cdot u'$, $(x^n)' = nx^{n-1}$, $(\cos x)' = -\sin x$, тоді

$$f'(x) = \left(2x^4 - 3x + 5\cos x\right)' = 2 \cdot \left(x^4\right)' - 3 \cdot (x)' + 5 \cdot (\cos x)' =$$
$$= 2 \cdot 4x^3 - 3 \cdot 1 + 5 \cdot (-\sin x) = 8x^3 - 3 - 5\sin x.$$

Знайдемо значення похідної при $x = 0$, маємо:

$$f'(0) = 8 \cdot 0^3 - 3 - 5 \cdot \sin 0 = -3.$$

Відповідь: -3.

9. Спростити тригонометричний вираз: $\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha - \frac{1}{2}\sin 4\alpha + 5$.

Розв'язання.

Відомо, що $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$, отже маємо

$$\sin 2\alpha \cos 2\alpha - \frac{1}{2}\sin 4\alpha + 5 = \sin 2\alpha \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \cdot 2\sin 2\alpha \cos 2\alpha + 5 =$$
$$= \sin 2\alpha \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\alpha + 5 = 5.$$

Відповідь: 5.

10. Розв'язати рівняння $\log(x^2 - 5x - 9) = \log(x - 2)$. У випадку, якщо рівняння має один корінь, то у відповіді вказати цей корінь. Якщо рівняння має декілька коренів, то у відповіді вказати їх суму.

Розв'язання.

Відомо, що рівняння $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ рівносильне одній з систем:

$$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) > 0, \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$$

Маємо:

$$\begin{cases} x^2 - 5x - 9 = x - 2, \\ x - 2 > 0. \end{cases}$$

З рівняння $x^2 - 5x - 9 = x - 2$ маємо $x^2 - 6x - 7 = 0$. Звідки $x_1 = -1$ та $x_2 = 7$. Тоді

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 = -1, \\ x_2 = 7, \end{array}\right. \\ x > 2, \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x = 7.$$

Відповідь: 7.

Голова атестаційної комісії Ніколаєва О.А.