

ВІДПОВІДІ
підсумкової атестації для слухачів підготовчих курсів
Національного університету харчових технологій
з МАТЕМАТИКИ
2020

Кожне з завдань учасник повинен завершити словом «Відповідь» і записати відповідь, яку він отримав.

Завдання 1–3 мають по чотири варіанти відповіді (А–Г), з яких тільки **ОДНА – ПРАВИЛЬНА**. Завдання з вибором відповіді вважається виконаним правильно, якщо у полі «Відповідь» відповідного завдання записана тільки одна буква, якою позначена правильна відповідь. За кожну правильну відповідь на завдання 1–3 учасник отримує по 1 балу.

1. Обчислити значення функції $y(x) = \frac{15}{x}$ в точці $x = 3$.

А) 3 ; Б) –5 ; В) 45 ; Г) 5 .

Відповідь: Г.

2. Обчислити без калькулятора $(-3\sqrt{10})^2$.

А) 30 ; Б) 90; В) –30; Г) –90.

Відповідь: Б.

3. Знайти площу прямокутника, якщо довжина однієї сторони 8 од., а довжина іншої сторони 6 од.

А) 28; Б) 14; В) 48; Г) 24.

Відповідь: В.

Завдання 4–10 повинні містити **ПОВНЕ** розв’язання задачі, яке підтверджує правильну відповідь. Завдання вважається розв’язаним і оцінюється вказаними для нього балами, якщо наведено повне правильне розв’язання, і записана правильна відповідь. За кожне правильне розв’язання завдання 4–7 учасник отримує по 2 бали, за завдання 8–10 отримує по 3 бали.

4. Спростити вираз $\frac{a(4-a)}{4-a} - a - 10$.

Розв’язання.

$$\frac{a(4-a)}{4-a} - a - 10 = a - a - 10 = -10.$$

Відповідь: –10 .

5. Розв'язати рівняння: $(x+1)^2 = x^2 + 11$.

Розв'язання.

Відомо, що $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, тоді маємо:

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 11;$$

$$2x = 10;$$

$$x = 5.$$

Відповідь: 5.

6. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} 4x - y = 6; \\ 3x + y = 1. \end{cases}$$

Розв'язання.

Розв'яжемо систему методом додавання. Додамо почленно ліві та праві частини рівнянь системи, маємо

$$4x - y + 3x + y = 6 + 1, \quad 7x = 7, \quad x = 1.$$

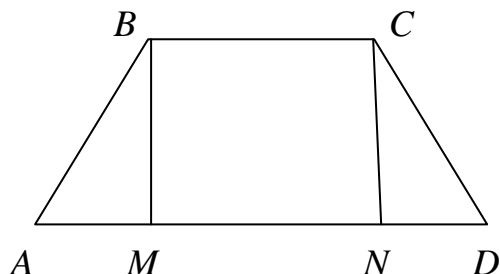
Підставимо знайдене значення $x = 1$ в друге рівняння вихідної системи, маємо $3 + y = 1$, $y = -2$. Маємо $x = 1$, $y = -2$.

Відповідь: (1; -2).

7. Знайдіть площу рівнобічної трапеції, основи якої дорівнюють 6 см і 14 см, а бічна сторона дорівнює 5 см.

Розв'язання.

За умови $BC = 6$ см, $AD = 14$ см, $AB = CD = 5$ см.



Проведемо висоти BM і CN , звідки маємо $BCNM$ – прямокутник. Тоді $BC = MN = 6$ см. Оскільки трапеція рівнобічна, то $AM = ND = \frac{14 - 6}{2} = 4$ см.

Розглянемо прямокутний трикутник ABM . За теоремою Піфагора $BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$ см.

Знайдемо площу трапеції за формулою $S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BM$, маємо

$$S = \frac{6 + 14}{2} \cdot 3 = 30 \text{ см}^2.$$

Відповідь: 30 см².

8. Розв'язати рівняння: $\sqrt{2x+3} = x$.

Розв'язання.

Відомо, що рівняння $\sqrt{f(x)} = g(x)$ рівносильно системі:

$$\begin{cases} f(x) = (g(x))^2, \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

Отже, маємо систему:

$$\begin{cases} 2x + 3 = x^2; \\ x \geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0; \\ x \geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3; \\ x_2 = -1; \\ x \geq 0. \end{cases}$$

Тут корені рівняння $x^2 - 2x - 3 = 0$ ми знайшли за теоремою Вієта з системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2; \\ x_1 \cdot x_2 = -3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3; \\ x_2 = -1. \end{cases}$$

Оскільки $x_2 = -1$ не задовольняє умову $x \geq 0$, то $x_2 = -1$ - сторонній корінь.
Отже,

$$\begin{cases} x_1 = 3; \\ x_2 = -1; \\ x \geq 0. \end{cases} \Rightarrow x_1 = 3.$$

Відповідь: 3.

9. Дано функцію $f(x) = x^4 + 2x + \cos x$. Знайти похідну функції $f'(x)$ та значення похідної при $x = 0$.

Розв'язання.

Знайдемо похідну заданої функції. Відомо, що $(u + v)' = u' + v'$ та $(x^n)' = nx^{n-1}$, тоді

$$f'(x) = (x^4 + 2x + \cos x)' = (x^4)' + (2x)' + (\cos x)' = 4x^3 + 2 - \sin x.$$

Знайдемо значення похідної функції при $x = 0$, маємо:

$$f'(0) = 4 \cdot 0^3 + 2 - \sin 0 = 2.$$

Відповідь: 2.

10. Обчислити $1 + \log_4 4^2 + 2\log_3 27$.

Розв'язання.

Відомо, що $\log_a x^n = n \log_a x$, тоді маємо

$$1 + \log_4 4^2 + 2\log_3 27 = 1 + 2\log_4 4 + 2 \cdot 3 = 1 + 2 + 6 = 9.$$

Відповідь: 9.