

УДК: 631.3 : 519.6

MATHEMATICAL MODELING OF BIOFILTRATION PROCESSES IN AQUAPONIC SYSTEMS

R. Zaloznyi, N. Zaiets

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

Key words:

Aquaponic system
Biofilter
Nitrification
Nitrosomonas
Nitrobacter

Article history:

Received 17.09.2024
Received in revised form
01.10.2024
Accepted 21.10.2024

Corresponding author:

N. Zaiets
E-mail:
z-n@ukr.net

Citation: Залозний Р. В.,
Заєць Н. А. (2024). Мате-
матичне моделювання
процесів біофільтрації в
аквапонних системах.
Наукові праці НУХТ,
30(5), 25—33.
DOI: 10.24263/2225-2924-
2024-30-5-4

ABSTRACT

Modern trends in energy saving and sustainable development require agricultural production technologies to implement energy-efficient and environmentally friendly solutions. One of these advanced technologies is aquaponics. This system combines plant cultivation and aquaculture in a closed cycle, where both components interact to ensure the sustainability of the system. In this context, it is important to highlight the biofilter as a key element that ensures the efficient operation of the entire aquaponic system.

The biofilter plays a critical role in an aquaponics system because it is where toxic waste products such as ammonia and nitrites, excreted by fish, are converted into nutrients that plants need to grow. By doing this, the biofilter helps maintain balance in the system, keeping the aquatic medium safe for fish while providing essential nutrients to the plants.

The analysis of the mathematical model of the biofilter was carried out, the main dependencies were expressed. They were the total concentration of nitrates, the total concentration of nitrites and ammonia. During the modeling process, the results of the dynamics of changes in key parameters were obtained. Modeling of the biofilter using the MatLab Simulink software made it possible to obtain the results of processes in the biofilter: the dynamics of the concentration of *Nitrosomonas* and *Nitrobacter* bacteria, the dynamics of the concentration of nitrates, which is a decisive factor. Based on the simulation results, conclusions were made about the further strategy for managing the key parameters of the biofilter, which will ensure the stability of the entire system. The results obtained can be used to adjust the parameters in industrial aquaponic complexes, contributing to more efficient use of resources and reducing the costs of additional water purification.

DOI: 10.24263/2225-2924-2024-30-5-4

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ БІОФІЛЬТРАЦІЇ В АКВАПОННИХ СИСТЕМАХ

Р. В. Залозний, Н. А. Засць

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Сучасні тенденції до енергозбереження та сталого розвитку вимагають від технологій агровиробництва впровадження енергоефективних та екологічно чистих рішень. Однією з таких передових технологій є аквапоніка, що поєднує вирощування рослин та аквакультуру в замкнутому циклі, де обидва компоненти взаємодіють для забезпечення сталості системи. У цьому контексті важливо виокремити біофільтр як ключовий елемент, що забезпечує ефективну роботу всієї аквапонної системи.

Біофільтр виконує критичну роль у системі аквапоніки, оскільки саме в ньому відбувається перетворення токсичних відходів, таких як аміак і нітрити, що виділяються рибами, у поживні елементи, які необхідні рослинами для росту. Завдяки цьому біофільтр допомагає зберігати баланс у системі, підтримуючи водне середовище в безпечному стані для риб і одночасно забезпечуючи рослини необхідними поживними речовинами.

У статті проведено аналіз математичної моделі біофільтра, виражено такі основні залежності, як загальна концентрація нітратів, загальна концентрація нітритів і аміаку. У процесі моделювання отримано результати динаміки змін ключових параметрів. Моделювання біофільтра з використанням програмного забезпечення MatLab Simulink дало змогу отримати результати перехідних процесів у біофільтрі: динаміку концентрації бактерій *Nitrosomonas* і *Nitrobacter*, динаміку концентрації нітратів, що є вирішальним фактором.

На основі результатів моделювання було зроблено висновки про подальшу стратегію керування ключовими параметрами біофільтра, що, у свою чергу, забезпечить стабільність функціонування всієї системи. Отримані результати можуть бути застосовані для налаштування параметрів у промислових аквапонних комплексах, сприяючи ефективнішому використанню ресурсів і зниженню витрат на додаткову очистку води.

Ключові слова: аквапонна система, біофільтр, нітрифікація, *Nitrosomonas*, *Nitrobacter*.

Постановка проблеми. Біофільтр в аквапонних системах виконує важливу роль у перетворенні відходів життєдіяльності риб на поживу для рослин, що дає змогу забезпечити природний кругообіг речовин і водночас підтримувати екобаланс у замкненій системі. Однак у процесі використання біофільтрів виникає низка проблем, які потребують уваги та вирішення.

Першою важливою проблемою є аміак, який виділяється рибами, оскільки він токсичний для них у високих концентраціях. Біофільтр має перетворювати аміак на менш токсичні нітрити та нітрати за допомогою нітрифікуючих бактерій *Nitrosomonas* та *Nitrobacter*. Для цього необхідно забезпечити стабільний рН, температуру, аерацію та площу поверхні для колонізації бактерій.

Іншою проблемою є те, що з часом у біофільтрі накопичуються органічні залишки, які ускладнюють його роботу. Це створює необхідність у регулярному очищенні фільтра, що може порушувати біологічний баланс системи та негативно впливати на ріст бактерій.

Ефективність біофільтра залежить від кількості та активності бактерій, що утворюють біоплівку. Умови, які сприяють росту бактерій, також можуть сприяти розмноженню небажаних мікроорганізмів або водоростей, що зменшує ефективність фільтрації та негативно впливає на якість води. Умови, такі як температура, аерація та концентрація кисню, мають залишатися стабільними, щоб забезпечити ефективну роботу біофільтра.

Для ефективної роботи біофільтра необхідно створити математичну модель і провести комп'ютерне моделювання. У результаті таких досліджень можна проаналізувати основні параметри біофільтра та спрогнозувати роботу всієї системи аквапоніки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Існуючі праці з аквапоніки зосереджують увагу на ключових біохімічних процесах у воді, зокрема на побічних продуктах життєдіяльності риби — аміаку (NH_3), що є токсичним для риби. У біофільтрі здійснюється процес нітрифікації, у якому NH_3 перетворюється на NO_2 та NO_3 , що є поживою для рослин.

У (Bradley, Lane, & Woodbury, 2018) описано модель біофільтра та представлені ключові константи модулювання. Праця (Pedersen, 2018) демонструє поетапне перетворення NH_3 у NO_2 з подальшим перетворенням у NO_3 . Оскільки аквапонна система є симбіотичною, то ключові параметри, що впливають на рослини та рибу, є важливими і в процесі біофільтрації. Наприклад, у (Hager, Bright, Tidwell, & Duscì, 2021; Gayam та ін., 2022) виділено температуру, pH, аміак, розчинений кисень, нітрати та нітрити. Також у цій праці звернено увагу на те, що при виборі параметрів важливо враховувати особливості конкретного виду для вирощування. Зважаючи на рекомендовані параметри води, можна виділити загальний компромісний варіант: температура в діапазоні від 18 до 30 °C, pH в діапазоні 6—7, аміак на рівні, меншому за 1 mg/L, нітрит менше за 1 mg/L, нітрат менше 150 mg/L, розчинений кисень у діапазоні 5—8 mg/L.

У системах аквапоніки, де важливими є взаємодії між водним середовищем, рослинами та рибами, моніторинг і контроль основних параметрів води є надзвичайно важливими для забезпечення стабільної та продуктивної роботи системи. Оскільки біофільтр виконує важливу роль у перетворенні токсичних сполук (аміаку) в менш токсичні форми (нітрати), важливо налаштувати параметри води так, щоб це забезпечувало оптимальні умови для росту рослин і здоров'я риби. (Karimanzira, & Rauschenbach, 2021).

Мета дослідження: розробка та аналіз математичної моделі біофільтраційних процесів в аквапонних системах, комп'ютерне моделювання функціонування біофільтра з подальшим аналізом отриманих результатів.

Матеріали і методи. При дослідженні систем аквапоніки важливо приділити увагу процесам, що відбуваються у біофільтрі. Саме в ньому аміак, що є наслідком життєдіяльності риби, перетворюється в нітрати та нітрити. (Purwalaksana, Tambunan, & Hutaauruk, 2022). Далі в гідропонній підсистемі рослини поглинають NO_2

та NO_3 . Для забезпечення процесу окиснення аміаку необхідно забезпечити концентрацію відповідних бактерій: *Nitrosomonas* та *Nitrobacter*. У працях (Knowles, Downing, & Barrett, 1965; Bradley, Lane, & Woodbury, 2018) представлено математичну модель з експериментальними даними.

У (Sallenave, 2016) вказано, що для процесу біофільтрації необхідно забезпечувати високий рівень кисню, оскільки нітрифікуючі бактерії є чутливими до низького рівня розчиненого кисню. Крім того, на нітрифікацію впливає наявність у воді непоглинутих решток корму, що також сповільнює нітрифікацію. Схематичне зображення біофільтрації представлено на рис. 1.

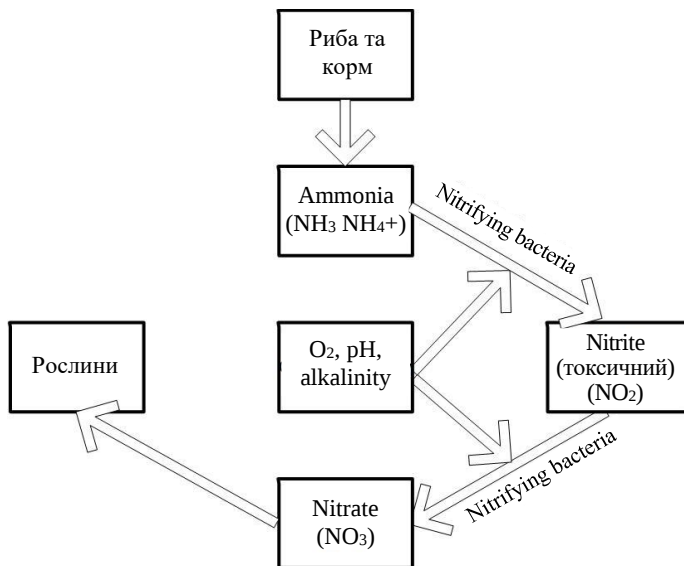


Рис. 1. Схематичне зображення процесу біофільтрації в системах аквапоніки

Для повноти моделі необхідно враховувати особливості систем зі сталим значенням біомаси риб. У таких системах для росту рослин необхідно забезпечувати приріст нітрифікуючих бактерій. Це можливо за наявності додаткових джерел аміаку.

Приріст бактерій *Nitrosomonas* та *Nitrobacter* представлено у вигляді диференціальних рівнянь (1) та (2).

$$\frac{dC_m}{dt} = \frac{k_m C_m x}{x + X}; \quad (1)$$

$$\frac{dC_b}{dt} = \frac{k_b C_b y}{y + Y}, \quad (2)$$

де C_m — концентрація бактерії *Nitrosomonas*; C_b — концентрація бактерії *Nitrobacter*; x — концентрація аміаку; y — концентрація нітритів.

Коефіцієнти k_m, k_b, X, Y — коефіцієнти пропорційності: константа росту *Nitrosomonas* (3), константа насичення *Nitrosomonas* (4), константа росту *Nitrobacter* (5), константа насичення *Nitrobacter* (6), що пов'язані з температурою T , визначені емпіричним шляхом у праці (Knowles, Downing, & Barrett, 1965).

$$k_m = 10^{0,0413T - 0,944}; \quad (3)$$

$$X = 10^{0,051T-1,158} ; \quad (4)$$

$$k_b = 10^{0,0255T-0,492} ; \quad (5)$$

$$Y = 10^{0,063T-1,149} . \quad (6)$$

Результати та обговорення. Для визначення концентрації бактерій *Nitrosomonas* і *Nitrobacter* важливо розглянути два випадки. Перший випадок — наявність додаткового джерела аміаку та нітрату видаленого зовнішніми факторами. У рівняннях (7) та (8) представлено рівняння балансу бактерій *Nitrosomonas* та *Nitrobacter*. C_{m0} — початкове значення концентрації бактерії *Nitrosomonas*; C_{b0} — початкове значення концентрації бактерії *Nitrobacter*; E_m — загальна маса бактерії *Nitrosomonas*; E_b — загальна маса бактерії *Nitrobacter*; x_0 — початкове значення концентрації аміаку; y_0 — початкове значення концентрації нітритів:

$$C_m - C_{m0} = E_m(x_0 + x_a - x). \quad (7)$$

Оскільки утворення нітритів пов'язане із загальною масою аміаку, то важливо ввести f_m — функцію відношення маси утвореного нітриту до маси окисненого аміаку:

$$C_b - C_{b0} = E_b(y_0 - y_a + f_m(x_0 + x_a - x) - y). \quad (8)$$

У виразах (7) та (8) x_a — загальний аміак, доданий із зовнішніх джерел, та y_a — нітрат видалений зовнішніми факторами. Зазвичай, видалення із системи нітрату передбачає поглинання його рослинами.

Другий випадок — без наявності додаткового джерела аміаку та нітрату, видаленого зовнішніми факторами, описаний рівняннями (9) та (10):

$$C_m - C_{m0} = E_m(x_0 - x) ; \quad (9)$$

$$C_b - C_{b0} = E_b(y_0 + f_m(x_0 - x) - y). \quad (10)$$

Концентрацію нітратів z можна визначити з виразу (11):

$$z = z_0 - z_{up} + f_n(y_0 - y_a + f_m(x_0 + x_a - x) - y) , \quad (11)$$

де z_0 — початкова концентрація нітратів; z_{up} — нітрити поглинуті рослинами; f_n — відношення маси нітрату до маси нітриту.

Далі у модель введемо змінні:

$$\Delta x = x_0 + x_a - x ; \quad (12)$$

$$\Delta y = y_0 - y_a - y ; \quad (13)$$

$$\Delta z = z_0 - z_{up} ; \quad (14)$$

$$\Delta x_0 = x_0 - x ; \quad (15)$$

$$\Delta y_0 = y_0 - y. \quad (16)$$

Вирази (1) та (2) представимо системою приросту бактерій:

$$\begin{cases} \frac{dC_m}{dt} = \frac{k_m C_m x}{x+X} \\ \frac{dC_b}{dt} = \frac{k_b C_b y}{y+Y} \end{cases} . \quad (17)$$

Система взаємозв'язків концентрацій першого випадку матиме вигляд (7) та (8):

$$\begin{cases} C_m - C_{m0} = E_m \Delta x; \\ C_b - C_{b0} = E_b (f_m (\Delta x) + \Delta y). \end{cases} \quad (18)$$

Для другого випадку (8) та (9):

$$\begin{cases} C_m - C_{m0} = E_m \Delta x_0 \\ C_b - C_{b0} = E_b (f_m(\Delta x_0) + \Delta y_0) \end{cases} \quad (19)$$

Концентрація нітратів (11) матиме вигляд:

$$z = \Delta z + f_n(f_m(\Delta x) + \Delta y) \quad (20)$$

Параметри моделювання обрані відповідно до (Bradley, Lane, & Woodbury, 2018), де зазначається, що ключові константи для моделювання встановлені емпіричним методом. Початкові умови, константи моделювання та результати представлені в табл. 1.

Таблиця 1. Параметри моделювання

№ п/п	Параметри	Умовні позначення	Значення	Одиниці вимірювання
1.	Константа насичення <i>Nitrosomonas</i>	X	0,7278	mg/L
2.	Константа насичення <i>Nitrobacter</i>	Y	1,2910	mg/L
3.	Константа росту <i>Nitrosomonas</i>	k_m	0,7621	1/day
4.	Константа росту <i>Nitrobacter</i>	k_b	1,0420	1/day
5.	Концентрація бактерії <i>Nitrosomonas</i>	C_m	0,4525	mg/L
6.	Концентрація бактерії <i>Nitrobacter</i>	C_b	0,1784	mg/L
7.	Початкове значення концентрації бактерії <i>Nitrobacter</i>	C_{b0}	0,0005	mg/L
8.	Початкове значення концентрації бактерії <i>Nitrosomonas</i>	C_{m0}	0,0025	mg/L
9.	Концентрація аміаку	x	0,000018	mg/L
10.	Концентрація нітритів	y	0,02519	mg/L
11.	Концентрація нітратів	z	10,82	mg/L
12.	Загальна маса бактерії <i>Nitrosomonas</i>	E_m	0,05	—
13.	Загальна маса бактерії <i>Nitrobacter</i>	E_b	0,02	—
14.	Відношення маси утвореного нітриту до маси окисненого аміаку	f_m	0,99	—
15.	Відношення маси нітрату до маси нітриту	f_n	0,99	—
16.	Температура	T	25	°C
17.	Загальний аміак, доданий із зовнішніх джерел	x_a	0	mg/L
18.	Нітрити видалений зовнішніми факторами (рослинами)	y_a	0	mg/L
19.	Нітрати поглинуті рослинами	z_{up}	0	mg/L
20.	Початкове значення концентрації аміаку	x_0	6	mg/L
21.	Початкове значення концентрації нітритів	y_0	0,01	mg/L
22.	Початкова концентрація нітратів	z_0	0,01	mg/L

На рис. 2 представлена модель біофільтра виконана за допомогою програмного забезпечення MatLab Simulink.

Математична модель включає значення нітритів та аміаку, що надходять у систему з додаткових джерел, однак при моделюванні ці значення дорівнюють нулю. Це пояснюється тим, що система із статичною біомасою риб є частковим випадком.

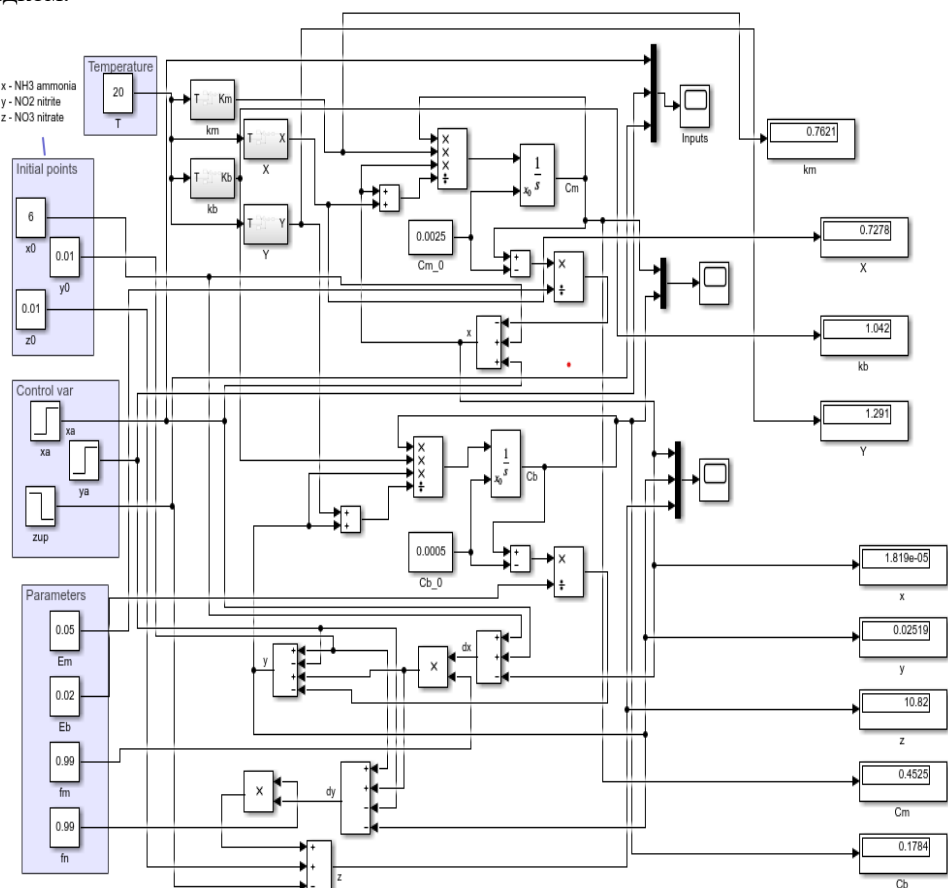


Рис. 2. Модель біофільтра

На рис. 3 представлено динаміку зміни концентрації досліджуваних параметрів протягом 12 днів. Запропонована модель надає можливість побачити динаміку приросту бактерій (рис. 4).

Моделювання біофільтра дає змогу оцінити концентрацію аміаку, нітритів і нітратів. Можна побачити, що насичення нетоксичними нітратами настає на 12 день, подальше моделювання на 20 та 30 днів не змінює параметри нітратів. Значення, яке досягається при моделюванні, вказано у табл. 1.

Тестування моделей ілюструє функціональність підсистеми бактерії та її здатність реагувати на порушення з боку інших підсистем або на зміни встановлених рівнів аміаку та нітратів. Моделювання також показує, що бактерії швидко витрачають будь-який доступний рівень аміаку.

Ще одним важливим аспектом функціонування біофільтра є концентрація бактерій *Nitrosomonas* та *Nitrobacter* оскільки саме вони впливають на загальний рівень токсичності та поживності води.

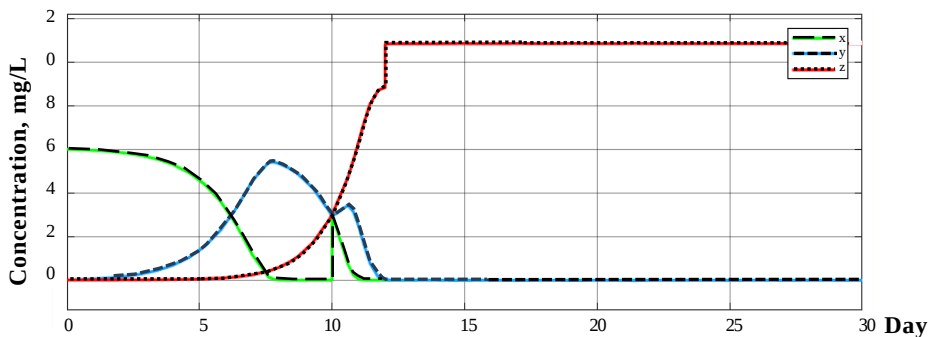


Рис. 3. Результати моделювання концентрації аміаку — x , нітритів — y та нітратів — z

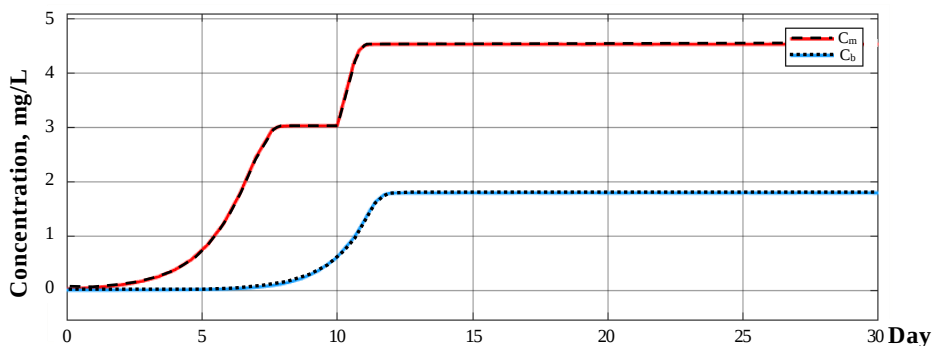


Рис. 4. Результат моделювання приросту бактерій C_m — концентрація бактерій *Nitrosomonas*, C_n — концентрація бактерій *Nitrobacter*

Висновки

Запропонована модель базується на рівняннях концентрації бактерій *Nitrosomonas* та *Nitrobacter* з урахуванням коефіцієнтів зростання та початкових умов. Оскільки основною завданням біофільтра є нітрифікація, у процесі якої токсичний аміак перетворюється в нетоксичні нітрати, то отриманий результат підтвердив, що загальна концентрація нітратів становить 10,82 mg/L.

Зважаючи на токсичність аміаку та нітритів, важливо виділити з рис. 3 приріст нітратів, де графік вказує на те, що запропонована модель є оптимальною для системи біофільтрації. У результаті моделювання встановлено, що насичення нітратами настає на дванадцятий день. Концентрація нітритів становить 0,02519 mg/L, загальна концентрація аміаку у системі складає 0,000018 mg/L.

Крім того, отримано динаміку зміни концентрацій самих бактерій *Nitrosomonas* та *Nitrobacter*, що забезпечує можливість оцінити подальші процеси зміни концентрації нітратів, нітритів та аміаку.

Розроблена модель дає змогу, крім отриманих параметрів, розробити стратегію управління, яка полягає в тому, що вплив на систему здійснюватиметься шляхом

зміни температури, додаванням у систему аміаку та збільшенням або зменшенням популяції риби та рослин. Параметри, представлені у моделі: T — температура, x_a — доданий аміак, y_a — нітрити поглинуті рослинами, z_{up} — нітрати поглинуті рослинами. Відповідно збільшення кількості риби призводить до збільшення рівню аміаку, а збільшення кількості рослин — до зменшення концентрації нітратів і нітритів.

Література

- Abbasi, R., Martinez, P., Ahmad, R. (2021). An ontology model to support the automated design of aquaponic grow beds. Взято з: https://www.researchgate.net/publication/352067397_An_ontology_model_to_support_the_automated_design_of_aquaponic_grow_beds.
- Bakar, Z. A., Nor, Z., Kadiran, K. A., Misnan, M. F. (2022). Smart Plant Monitoring System Using Aquaponics Production Technological with Arduino Development Environment (IDE) and SMS Alert: A Prototype. Взято з: https://www.researchgate.net/publication/365840530_Smart_Plant_Monitoring_System_Using_Aquaponics_Production_Technological_with_Arduino_Development_Environment_IDE_and_SMS_Alert_A_Prototype.
- Bradley, M., Lane, S., Woodbury, N. (2018). Modeling and Control of an Aquaponics System. Взято з: https://byu.apmonitor.com/do/uploads/Main/Report_aquaponics2018.pdf.
- Gayam, K. K., Jain, A., Gehlot, A., Singh, R., Akram, S. V., Singh, A., Anand, D., Noya, I. D. (2022). Imperative Role of Automation and Wireless Technologies in Aquaponics Farming. <https://doi.org/10.1155/2022/8290255>.
- Güzel, Ş., Parug, Ş. (2013). A Sustainable Production Model: Aquaponic System. Взято з: https://www.researchgate.net/publication/338604789_A_Sustainable_Production_Model_Aquaponic_System.
- Hager, J., Bright, L. A., Tidwell, J. H., Dusci, J. (2021). A Practical Handbook for Growers AQUAPONICS Production Manual. Взято з: https://www.researchgate.net/publication/355972997_A_Practical_Handbook_for_Growers_AQUAPONICS_Production_Manual.
- Karimanzira, D., Rauschenbach, T. (2021). An intelligent management system for aquaponics. Взято з: https://www.researchgate.net/publication/350632213_An_intelligent_management_system_for_aquaponics.
- Khandelwal, G., Ansari, N., Ostwal, R. (2024). A Comprehensive Review on: Aquaponic Farming Water Quality Prediction. <https://doi.org/10.32628/CSEIT2410420>.
- Knowles, G., Downing, A. L., Barrett, M. (1965). Determination of kinetic constants for nitrifying bacteria in mixed culture, with the aid of an electronic computer. *Journal of General Microbiology*, 38(2). 263—278.
- Krastanova, M., Sirakov, I., Ivanova, S., Yarkov, D. (2022). Aquaponic systems: biological and technological parameters. Взято з: https://www.researchgate.net/publication/360427130_Aquaponic_systems_biological_and_technological_parameters.
- Pattillo, D. A., Cline, D. J., Hager, J. V., Roy, L. A., Hanson T. R. (2022). Challenges Experienced by Aquaponic Hobbyists, Producers, and Educators. Взято з: https://www.researchgate.net/publication/366437698_Challenges_Experienced_by_Aquaponic_Hobbyists_Producers_and_Educators.
- Pedersen, S. (2018). Simulation and Optimization of Recirculating Aquaculture Systems. Department of Electrical Engineering Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden. Взято з: https://research.chalmers.se/publication/505266/file/505266_Fulltext.pdf.
- Purwalaksana, A. Z., Tambunan, I. H., Hutauruk, A. R. (2022). Automation and Monitoring for Aquaponic System Based on NodeMcu. *Journal of Technical Engineering: Piston*, 5(2). 72—82.
- Quoc, D. P., Ahn, T. P., Trang, L. T. (2024). Possibility Of Using *Sonneratia Caseolaris* (L.) Engl In the Aquaponic Model with White Shrimp combined with Tilapia. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1349/1/012034>.
- Sallenave, R. (2016). Important Water Quality Parameters in Aquaponics Systems. Взято з: https://pubs.nmsu.edu/_circulars/CR680/.
- Taufikurahman, T., Astutiningsih, N. T., Ulfa, N. S., Aliyyatussadah, I. (2024). Enhancing aquaponic cultivation in Indonesia: A comparative study of bioball biofilters with different additives. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1388/1/012034>.