

УДК 621.313

ELECTROMAGNETIC FIELD IN ELECTRODYNAMIC DEVICES OF COMPLEX DESIGN

G. Tsygankova

National University of Food Technologies

Key words:

*Electrodynamic brake
Brake electromagnetic
torque
Current density
Magnetic permeability
Losses*

Article history:

Received 05.07.2023
Received in revised form
19.07.2023
Accepted 01.08.2023

Corresponding author:

G. Tsygankova

E-mail:

tsgk.anna@gmail.com

Citation: Г. А. Циганкова (2023). Електромагнітне поле в електродинамічних пристроях складної конструкції. *Наукові праці НУХТ*, 29(4), 95—106.

DOI: 10.24263/2225-2924-2023-29-4-9

ABSTRACT

The article presents a theoretical study of the electromagnetic field of a disk-shaped electrodynamic brake. The design features of such devices require theoretical and computational studies. Due to the interaction of the magnetic field and eddy currents, the electromagnetic moment of the electrodynamic brake was created, which corresponded to the moment of the tested engine, which made it possible to check the compliance of the mechanical characteristics of the engine with its technical task. An energy approach was used to find the electromagnetic moment, the braking electromagnetic moment was found due to the power of losses from eddy currents in the disc. At the same time, losses in steel due to remagnetization and losses outside the operating zone were neglected, since a stationary magnetic field was not excited in a real electrodynamic brake outside the operating zone. The loss power was calculated firstly in an elementary flat volume, and then over the entire thickness of the disc. The electromagnetic torque was found as a fraction of the power loss divided by the angular velocity of the disc rotation.

A new mathematical dependence for the electromagnetic moment of the electrodynamic brake was obtained, which made it possible to calculate the electromagnetic moment depending on the parameters of the disc material and the dimensions of its active part, and to improve the design methodology. A comparison with experimental data was made and it was shown that the values of the electromagnetic moment, calculated according to the obtained formula, gave a satisfactory agreement with the experimental data. The deviation of the experimental values from the calculated values did not exceed 10%. The effect of magnetic permeability on the magnitude of the electromagnetic moment of a disc-shaped electrodynamic brake under certain assumptions was considered.

DOI: 10.24263/2225-2924-2023-29-4-9

ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ В ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ПРИСТРОЯХ СКЛАДНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Г. А. Циганкова

Національний університет харчових технологій

У статті проведено теоретичне дослідження електромагнітного поля дископодібного електродинамічного гальма. Конструктивні особливості таких пристроїв потребують теоретичних і розрахункових досліджень. За рахунок взаємодії магнітного поля і вихрових струмів створюється електромагнітний момент електродинамічного гальма, який відповідає моменту випробуваного двигуна, що надає можливість перевірити відповідність механічної характеристики двигуна його технічному завданню. Для знаходження електромагнітного моменту застосовано енергетичний підхід, гальмівний електромагнітний момент знайдено через потужність втрат від вихрових струмів у диску. При цьому втратами в сталі на перемагнічування та втратами за межами робочої зони нехтуємо, оскільки в реальному електродинамічному гальмі за межами робочої зони не збуджується стаціонарне магнітне поле. Потужність втрат розраховано спочатку в елементарному плоскому об'ємі, а потім — по всій товщині диска. Електромагнітний момент знайдено як частку від ділення потужності втрат і кутової швидкості обертання диска.

Отримано нову математичну залежність для електромагнітного моменту електродинамічного гальма, яка дає змогу розрахувати електромагнітний момент залежно від параметрів матеріалу диска та розмірів його активної частини, і забезпечує можливість подальшого вдосконалення методики проектування. Проведено порівняння з експериментальними даними і показано, що значення електромагнітного моменту, розраховані за отриманою формулою, дають задовільний збіг з експериментальними даними. Відхилення експериментальних значень від розрахованих не перевищує 10%. Розглянуто вплив магнітної проникності на величину електромагнітного моменту дископодібного електродинамічного гальма при певних припущеннях.

Ключові слова: електродинамічне гальмо, гальмівний електромагнітний момент, густина струму, магнітна проникність, втрати.

Постановка проблеми. Усі технологічні процеси на підприємствах харчових виробництв неперервного типу реалізуються з використанням електротехнічних пристроїв, які пов'язуються між собою інформаційними, електричними та іншими зв'язками, що в результаті утворює цілісний електротехнічний комплекс. Ефективність роботи електротехнічного комплексу харчових виробництв значною мірою визначається надійністю електротехнічних засобів (електроприводів, електродвигунів, частотних перетворювачів, регулюючих органів тощо), що утворюють комплекс. Вихід із ладу електродвигуна призводить до простою технологічного обладнання та зменшення якості продукції, що, як наслідок, спричиняє збільшення фінансових витрат підприємства. Для випробувань двигунів з метою контролю їх якості необхідними бувають гальмівні пристрої для їх навантаження.

Серед таких пристроїв перспективними є дископодібні електродинамічні гальма, які мають просту конструкцію і технологію виготовлення, навантажують досліджуваний двигун гальмівним моментом і дають змогу виміряти величину цього моменту. Найважливішою перевагою електродинамічного способу гальмування є відсутність механічного контакту між частинами машин.

Електромагнітні процеси в складних областях електродинамічних дископодібних пристроїв не вивчені повною мірою. Розвиток сучасних комп'ютерних технологій і програмних засобів сприяє чисельному моделюванню електромагнітних процесів. Водночас знаходження аналітичного рішення розподілу магнітної індукції та густини струмів дає змогу аналізувати й оцінювати ефективність деформації стаціонарного магнітного поля, створеної конструктивними особливостями магнітної системи, та перевіряти чисельні розрахунки. Оскільки розподіл магнітного поля у робочому проміжку електродинамічного гальма суттєво впливає на його робочі параметри і характеристики, актуальним є проведення досліджень електромагнітного поля в повітряному проміжку і роторі, розподілу вихрових струмів у роторі та умов для створення гальмівного моменту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В останні роки все ширше застосування знаходять різного роду дископодібні електродинамічні пристрої. Задача розрахунку магнітних полів дископодібних електродинамічних пристроїв із зубцево-пазовою магнітною системою, зокрема й електродинамічних гальм, є важливою і актуальною.

Нові методи розв'язання крайових задач електромагнітного поля в кусочно-неоднорідних областях запропоновано в (Титко, 1994), де розглянуто їх застосування до задач досліджень ефективності екранування незамкнутими структурами.

У праці (Карлов, Кондратенко, Кришук, & Ращепкін, 2014) приділено увагу дослідженню магнітного поля дугостаторного асинхронного двигуна з дисковим неферомагнітним ротором, розроблено аналітичний метод розрахунку магнітного поля, усередненого по висоті повітряного проміжку торцевого дугостаторного асинхронного двигуна, з урахуванням лінійної швидкості обертання ротора при заданих зосереджених на поверхні магнітопроводів без пазів струмових шарів активних і лобових частин обмоток статорів. Питання про розподіл магнітного поля по всьому повітряному проміжку та при наявності дискового феромагнітного ротора потребує подальшого дослідження.

Задача визначення розподілу векторного магнітного потенціалу в прямокутній області зі струмом і зоною з постійною магнітною проникністю, що обмежена середовищем із нескінченною магнітною проникністю, розглядається в праці (Загірняк, Бранспіза, & Вельченко, 2012). Рівняння Пуассона і Лапласа розв'язуються методом відокремлення змінних з урахуванням граничних умов на межі розподілу різних зон. Отримано аналітичні вирази для векторних потенціалів у цих зонах.

У працях зарубіжних науковців (Profumo, Tenconi, Zhang, & Cavagnino, 2000; Sahin, Tuckey, & Vandenput, 2001; Wang, & Kamper, 2002; Parag R. Upadhyay, & K. R. Rajagopal, 2006; Hendershot, & Miller, 2010) досліджуються електромагнітні процеси в електричних машинах з постійними магнітами, які є окремим типом явно полюсних електричних машин. Основна їх перевага полягає в тому, що в таких машинах не треба створювати поле збудження за допомогою обмоток, іншими словами, витрачати додаткову енергію, а також, що особливо важливо,

підводити цю енергію ззовні. Аналіз літературних джерел свідчить про великий інтерес дослідників до цього типу машин як у нашій країні, так і за кордоном. Крім того, іноземні дослідники надають перевагу чисельним методам, користуючись, як правило, комерційними пакетами програм.

У праці (Васьковський, & Гайдено, 2018) методами математичного моделювання досліджено електромагнітні процеси в синхронних машинах із постійними магнітами. Розроблено коло-польову математичну модель, в якій строго враховано обертання ротора і на прикладі частотно-керованого тягового синхронного двигуна з постійними магнітами отримано часові залежності його струмів та електромагнітного моменту при різних варіантах живлення.

У праці (Рашепкін, Кондратенко, Карлов, & Кришук, 2022) запропоновано метод визначення електричних параметрів заступної схеми заміщення і електромагнітних та силових характеристик індукційної системи зі спіралеподібною обмоткою і феромагнітним екраном для оброблення немагнітних тонколистових металевих смуг. Електромагнітні параметри індуктора визначаються комп'ютерним моделюванням з використанням методу скінченних елементів, враховуючи попередньо задане значення величини магнітної проникності феромагнітного екрану та двох марок алюмінієвих сплавів.

Розподіл густини імпульсного індукованого струму в електропровідному листі та визначення необхідних параметрів імпульсу струму контуру індуктора задля реалізації в металі «електропластичного» ефекту здійснено в статті (Васецький, & Кондратенко, 2020). На основі аналітичного розв'язку загальної задачі визначення електромагнітного поля проведено розрахунки із застосуванням точного і наближеного методів розрахунку тривимірного електромагнітного поля для імпульсу струму кругового контуру радіуса R , розташованого в площині, перпендикулярній до межі розподілу середовищ.

Можна відмітити наявність незначної кількості публікацій, присвячених дослідженню електромагнітного поля в дискових електропровідних середовищах, електромагнітні процеси в циліндричних машинах досліджені більш детально.

Метою дослідження є розрахунок гальмівного електромагнітного моменту електродинамічного гальма з огляду на потужність втрат від вихрових струмів у диску, порівняння з експериментальними даними та обґрунтування доцільності використання отриманих результатів при проєктуванні двигунів.

Матеріали і методи. Використано методи теорії електромагнітного поля і математичної фізики, основані на розв'язанні диференціальних рівнянь електромагнітного поля в активній зоні електродинамічного гальма. Гальмівний електромагнітний момент знайдено через потужність втрат від вихрових струмів у диску, нехтуючи втратами в сталі на перемагнічування та втратами за межами робочої зони, оскільки в реальному електродинамічному гальмі за межами робочої зони не збуджується стаціонарне магнітне поле.

Викладення основних результатів дослідження. Розглядається електродинамічне гальмо з електропровідним ротором-диском радіуса r і товщиною d , що обертається в стаціонарному магнітному полі з індукцією B навколо осі OZ з кутовою швидкістю ω на відстані $\frac{d_z}{2}$ від зубців магнітопроводу індуктора (рис. 1).

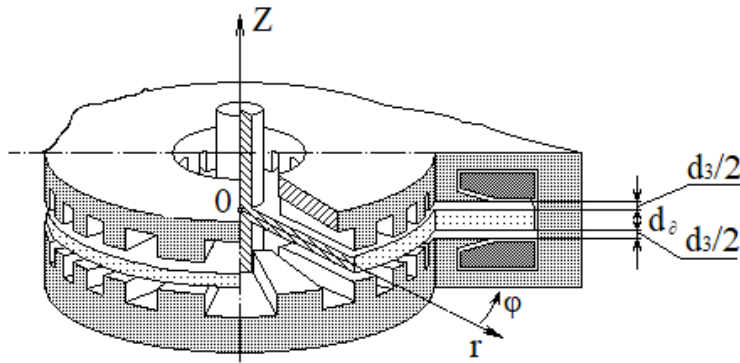


Рис. 1. Схема розташування елементів електродинамічного гальма

Задача полягає у знаходженні аналітичних залежностей електромагнітного моменту електродинамічного гальма від розмірів, параметрів матеріалу ротора та індукції в повітряному проміжку.

Скористаємось знайденим у (Циганкова, 2018) значенням гармонічної складової густини струму δ_p . Потужність втрат, яка пропорційна квадрату модуля густини струму, знайдемо спочатку в елементарному плоскому об'ємі, а потім — по всій товщині диска.

Для цього виділимо в дисковому роторі кільцевий елементарний об'єм розміром $2\pi r \delta r \delta z$ на відстані r та z від відповідних осей в тілі диска. Потужність втрат ∂P в цьому об'ємі визначається квадратом діючого значення густини струму, поділеному на електричну провідність і помножену на об'єм. Діюче значення густини струму менше амплітудного в $\sqrt{2}$ раз, а його квадрат відповідно менший в два рази добутку спряжених значень комплексної амплітуди радіальної компоненти вектора густини струму:

$$\partial P = \frac{1}{2\sigma} \delta_p \bar{\delta}_p$$

або

$$\partial P = \frac{1}{2\sigma} (\dot{\delta}_{\text{повпр}} \cdot \bar{\delta}_{\text{повпр}} + \dot{\delta}_{\text{повпр}\varphi} \cdot \bar{\delta}_{\text{повпр}\varphi}) \cdot \dot{F}(z) \cdot \bar{F}(z) \cdot 2\pi r \delta r \delta z, \quad (1)$$

де $\dot{\delta}_{\text{повпр}} \cdot \bar{\delta}_{\text{повпр}}$ — добуток спряжених значень радіальної компоненти густини струму на бокових поверхнях диска; $\dot{\delta}_{\text{повпр}\varphi} \cdot \bar{\delta}_{\text{повпр}\varphi}$ — добуток спряжених значень компоненти густини струму по кутовій координаті на бокових поверхнях диска; $\dot{F}(z) \cdot \bar{F}(z)$ — добуток комплексної функції розподілу густини струму по осевій координаті та її спряженого значення.

Знайдемо добуток спряжених значень радіальної компоненти вектора густини струму:

$$\dot{\delta}_{\text{повпр}} \cdot \bar{\delta}_{\text{повпр}} = \frac{(\sigma \omega r B_{\text{срз}})^2}{(1 + Qr^2 s)^2 + (Qr^2 m)^2}, \quad (2)$$

де

$$Q = \frac{2\mu_0}{p^2 \mu d_{екв}}; \quad s = \frac{\left(1 - 2e^{-\frac{d_\partial}{u}} \sin\left(\frac{d_\partial}{u}\right) - e^{-\frac{2d_\partial}{u}}\right)}{1 + 2e^{-\frac{d_\partial}{u}} \cos\frac{d_\partial}{u} + e^{-\frac{2d_\partial}{u}}};$$

$$m = \frac{\left(1 + 2e^{-\frac{d_\partial}{u}} \sin\left(\frac{d_\partial}{u}\right) - e^{-\frac{2d_\partial}{u}}\right)}{1 + 2e^{-\frac{d_\partial}{u}} \cos\frac{d_\partial}{u} + e^{-\frac{2d_\partial}{u}}};$$

p — число пар полюсів робочої гармонічної складової магнітного поля в зазорі електродинамічного гальма; d_∂ — товщина диска; $d_{екв}$ — еквівалентний зазор між сторонами індуктора електродинамічного гальма; μ_0 — магнітна проникність повітря; μ — магнітна проникність диска; σ — електропровідність матеріалу диска; ω — кутова швидкість обертання диска; u — глибина проникнення змінного електромагнітного поля в матеріал диска; $\dot{B}_{cpz}$ — гармонічна складова вектора магнітної індукції стаціонарного магнітного поля.

Введемо позначення: $A = (\sigma \omega B_{cpz})^2$; $a = Q^2(s^2 + m^2)$; $b = 2Qs$.

Тоді можна записати:

$$\dot{\delta}_{повпр} \cdot \bar{\delta}_{повпр} = \frac{Ar^2}{ar^4 + br^2 + 1}. \quad (3)$$

Знайдемо добуток спряжених значень комплексних амплітуд компоненти вектора густини струму по кутовій координаті на бокових поверхнях диска:

$$\dot{\delta}_{повпр\varphi} \bar{\delta}_{повпр\varphi} = \frac{1}{p^2} \frac{4Ar^2}{(ar^4 + br^2 + 1)^2}. \quad (4)$$

Підставивши (3) та (4) в (1), отримаємо:

$$\partial P = \frac{\pi}{2\sigma} \left(\frac{Ar^2}{ar^4 + br^2 + 1} + \frac{1}{p^2} \frac{4Ar^2}{(ar^4 + br^2 + 1)^2} \right) \cdot \dot{F}(z) \cdot \bar{F}(z) \cdot 2r \partial r \partial z. \quad (5)$$

Знайдемо потужність втрат в елементарному плоскому кільцевому об'ємі з внутрішнім радіусом — r_1 , зовнішнім радіусом — r_2 , товщиною — ∂z :

$$\partial P_s = \int_{r_1}^{r_2} \partial P dr.$$

Введемо нову змінну $x = r^2$, $\partial x = 2r \partial r$, тоді

$$\partial P = \frac{\pi}{2\sigma} \left(\frac{Ax}{ax^2 + bx + 1} + \frac{1}{p^2} \frac{4Ax}{(ax^2 + bx + 1)^2} \right) \cdot \dot{F}(z) \cdot \bar{F}(z) \cdot \partial x \partial z, \quad (6)$$

$$\partial P_S = \frac{\pi}{2\sigma} A \dot{F}(z) \cdot \bar{F}(z) \partial z \cdot \int_{x_1=r_1^2}^{x_2=r_2^2} \left(\frac{x}{ax^2 + bx + 1} + \frac{1}{p^2} \frac{4x}{(ax^2 + bx + 1)^2} \right) dx. \quad (7)$$

Оскільки в нашому випадку $4a > b^2$,

$$\text{то } \sqrt{4a - b^2} = 2 \frac{2\mu_0}{p^2 \mu d_{\text{екв}}} \left[1 - \sqrt{2} e^{-\frac{d_\partial}{u}} \cos\left(\frac{d_\partial}{u} + \frac{\pi}{4}\right) \right] = Qm, \text{ тоді інтеграли знахо-}$$

дяться:

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} \frac{x dx}{ax^2 + bx + 1} &= \frac{1}{2a} \ln \frac{ar_2^4 + br_2^2 + 1}{ar_1^4 + br_1^2 + 1} - \frac{b}{2a} \frac{2}{\sqrt{4a - b^2}} \left(\arctg \frac{2ar_2^2 + b}{\sqrt{4a - b^2}} - \arctg \frac{2ar_1^2 + b}{\sqrt{4a - b^2}} \right), \\ \int_{x_1}^{x_2} \frac{x dx}{(ax^2 + bx + 1)^2} &= \frac{br_1^2 + 2}{(4a - b^2)(ar_1^4 + br_1^2 + 1)} - \frac{br_2^2 + 2}{(4a - b^2)(ar_2^4 + br_2^2 + 1)} - \\ &- \frac{b}{(4a - b^2)\sqrt{4a - b^2}} \left(\arctg \frac{2ar_2^2 + b}{\sqrt{4a - b^2}} - \arctg \frac{2ar_1^2 + b}{\sqrt{4a - b^2}} \right) \end{aligned}$$

Для визначення потужності втрат по всій товщині диска необхідно проінтегрувати потужність втрат в елементарному плоскому об'ємі по осьовій координаті

$$\text{від } z = -\frac{d_\partial}{2} \text{ до } z = \frac{d_\partial}{2} :$$

$$P = \int_{-\frac{d_\partial}{2}}^{\frac{d_\partial}{2}} \partial P_S dz.$$

Для цього знайдемо добуток спряжених функцій розподілу густини струму вповдовж осьової координати Z . Оскільки функція розподілу густини струму вповдовж осьової координати Z (Циганкова, 2018) має значення

$$\dot{F}(z) = \frac{e^{\dot{k}\left(z - \frac{d_\partial}{2}\right)} + e^{-\dot{k}\left(z + \frac{d_\partial}{2}\right)}}{1 + e^{-\dot{k}d_\partial}},$$

то, підставивши значення $\dot{k} = \frac{1+j}{u}$, отримаємо:

$$\dot{F}(z) \cdot \bar{F}(z) = \frac{e^{2\left(\frac{z}{u} - \frac{d_\partial}{2u}\right)} + 2e^{-\frac{d_\partial}{u}} \cos 2\frac{z}{u} + e^{-2\left(\frac{z}{u} + \frac{d_\partial}{2u}\right)}}{1 + 2e^{-\frac{d_\partial}{u}} \cos \frac{d_\partial}{u} + e^{-2\frac{d_\partial}{u}}}. \quad (8)$$

Знайдемо інтеграл цього добутку по осьовій координаті z від $-\frac{d_\partial}{2}$ до $\frac{d_\partial}{2}$:

$$\int_{-\frac{d_0}{2}}^{\frac{d_0}{2}} \dot{F}(z) \cdot \bar{F}(z) dz = \frac{u \left(1 - e^{-2\frac{d_0}{u}} + 2e^{-\frac{d_0}{u}} \sin \frac{d_0}{u} \right)}{1 + 2e^{-\frac{d_0}{u}} \cos \frac{d_0}{u} + e^{-2\frac{d_0}{u}}} = um. \quad (9)$$

Тоді потужність втрат по всій товщині робочої зони диска дорівнює:

$$P = \frac{\pi A}{2\sigma} u \cdot m \cdot \left[\frac{1}{2a} \ln \frac{ar_2^4 + br_2^2 + 1}{ar_1^4 + br_1^2 + 1} - \frac{2b}{\sqrt{4a - b^2}} \left(\frac{1}{2a} + \frac{4}{p^2} \frac{1}{(4a - b^2)} \right)^* \right] \cdot \left[\arctg \frac{2ar_2^2 + b}{\sqrt{4a - b^2}} - \arctg \frac{2ar_1^2 + b}{\sqrt{4a - b^2}} \right] + \frac{4}{p^2} \frac{1}{(4a - b^2)}^* \cdot \left[\frac{br_1^2 + 2}{(ar_1^4 + br_1^2 + 1)} - \frac{br_2^2 + 2}{(ar_2^4 + br_2^2 + 1)} \right]. \quad (10)$$

Електромагнітний момент знайдемо, поділивши потужність втрат на кутову швидкість $M_{em} = \frac{P}{\omega}$ та врахувавши $\frac{\pi A u}{2\sigma} = \frac{\pi u}{2\sigma} (\sigma \omega B_{cpz})^2 = \frac{1}{2} \pi \sigma \omega^2 u B_{cpz}^2$. У результаті отримаємо:

$$M_{em} = \frac{\pi \sigma \omega B_{cpz}^2}{2} um \cdot \left[\frac{1}{2a} \ln \frac{ar_2^4 + br_2^2 + 1}{ar_1^4 + br_1^2 + 1} - \frac{2b}{\sqrt{4a - b^2}} \left(\frac{1}{2a} + \frac{4}{p^2} \frac{1}{(4a - b^2)} \right)^* \right] \cdot \left[\arctg \frac{2ar_2^2 + b}{\sqrt{4a - b^2}} - \arctg \frac{2ar_1^2 + b}{\sqrt{4a - b^2}} \right] + \frac{4}{p^2} \frac{1}{(4a - b^2)}^* \cdot \left[\frac{br_1^2 + 2}{(ar_1^4 + br_1^2 + 1)} - \frac{br_2^2 + 2}{(ar_2^4 + br_2^2 + 1)} \right]. \quad (11)$$

Отримана формула (11) для наближеного розрахунку моменту електродинамічного гальма надає можливість розрахувати електромагнітний момент залежно від параметрів матеріалу диска та розмірів його активної частини.

Для електропровідного феромагнітного диска магнітна проникність залежить від величини магнітної індукції в кожній точці. Розглянемо вплив магнітної проникності на величину електромагнітного моменту дископодібного електродинамічного гальма при таких припущеннях:

1. Будемо вважати магнітну проникність при заданій індукції однаковою в усіх точках диска.
2. Матеріал диска ізотропний.
3. Зміна швидкості обертання диска не приводить до появи нових чи зникнення існуючих гармонічних складових розподілу магнітної індукції вповодж кутової координати.

4. Магнітна проникність матеріалу диска визначається значенням осьової компоненти вектора магнітної індукції певної гармонічної складової при відповідній швидкості обертання диска по характеристиці намагнічування з врахуванням підмагнічування.

5. Електромагнітний момент гальма знаходимо як суму електромагнітних моментів від взаємодії просторових гармонічних складових однакового порядку струмів і магнітної індукції. (Приймаємо, що результуючий статичний електромагнітний момент від взаємодії просторових гармонічних складових струмів з просторовими гармонічними складовими магнітної індукції порядків, які не збігаються, дорівнює нулю).

Одночасне намагнічування матеріалу диска постійним і змінним магнітними полями враховуємо за прийнятою для магнітних підсилювачів методикою, використовуючи основну криву намагнічування (Ципленков, Іванов, Бобров, Кузнецов, Артемчук, & Баб'як, 2020).

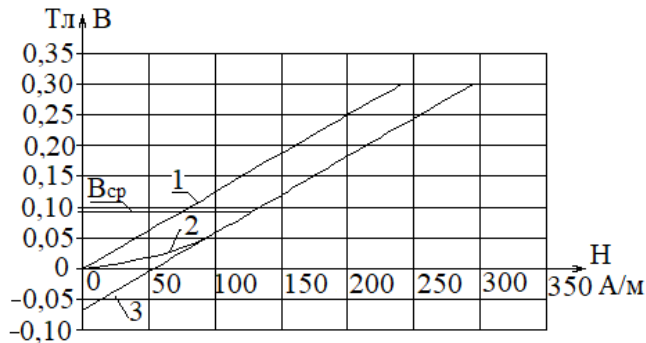


Рис. 2. Характеристики намагнічування:

1 — основна крива намагнічування сталі Ст. 3; 2 — крива одночасного намагнічування постійним (0,0675 Тл) і змінним магнітним полем; 3 — апроксимуюча пряма

Зв'язок між магнітною індукцією та напруженістю магнітного поля поблизу точки на характеристиці намагнічування (рис. 2) з цією індукцією можна виразити лінійною залежністю у вигляді:

$$B_p = B_0 + \mu_0 \cdot H_p, \quad (12)$$

де μ_0 — динамічна магнітна проникність; B_0 — точка перетину з віссю ординат дотичної (крива 3), проведеної через точку з заданою індукцією $B = B_p$ гармонічної складової з числом пар полюсів p магнітного поля, характеристики одночасного намагнічування (крива 2); H_p — напруженість для гармонічної складової з числом пар полюсів p магнітного поля в розрахунковій точці.

Початкове значення магнітної індукції гармонічної складової з числом пар полюсів p при нерухомому диску на апроксимуючій прямій (3) становить B_{cp} .

Статичну магнітну проникність матеріалу диска μ для значення індукції

$B = B_p$ гармонічної складової з числом пар полюсів p магнітного поля при довільній швидкості обертання знайдемо із співвідношення

$$\begin{aligned}\mu \cdot H_p &= B_p = B_0 + \mu_0 \cdot H_p; \\ \mu &= \frac{\mu_0 B_p}{B_p - B_0}.\end{aligned}\quad (13)$$

Слід врахувати, що при заданому початковому значенні B_{cp} магнітної індукції результуюче значення B_p гармонічної складової з числом пар полюсів p магнітного поля при довільній швидкості обертання залежить від магнітної проникності μ диска. Явну залежність B_p від μ можна знайти лише для спрощеної моделі розрахунку струмів та моменту дископодібного електродинамічного гальма (для нескінченно тонкого диска):

$$B_p = B_{cp} \frac{p}{\sqrt{(\mu \sigma \omega \cdot r^2)^2 + p^2}}. \quad (14)$$

При врахуванні витіснення вихрових струмів, магнітна проникність входить в формулу для результуючого значення B_p опосередковано через функції від глибини проникнення.

При розрахунках густини струму й електромагнітного моменту при довільній швидкості доцільно попередньо визначити очікуване значення магнітної проникності за спрощеною моделлю, знайти для нього результуюче значення магнітної індукції B_p з урахуванням ефекту витіснення струму:

$$B_p = \frac{B_{cp}}{\sqrt{a \cdot r^4 + b \cdot r^2 + 1}}, \quad (15)$$

та порівняти його із значенням, отриманим із спрощеної моделі. При відхиленні більшому, ніж допустиме, необхідно розрахувати нове значення магнітної проникності, повторюючи розрахунок до збігу з необхідною точністю вхідного і вихідного значень магнітної індукції B_p . Результати розрахунку індукції та магнітної проникності по вказаному алгоритму наведені на рис. 3.

Результуюче значення B_p гармонічної складової з числом пар полюсів p індукції магнітного поля при довільній швидкості обертання, знайдене за (15), збігається з розрахованим значенням B_p та з уточненим за (13) значенням μ .

Для розрахунку моменту при заданій швидкості приймалось значення μ , яке розраховувалось за (13) для відповідної індукції, розрахованої за (15) при цій швидкості. Результати розрахунку гальмівного електромагнітного моменту, визначені за отриманими експериментально (Циганкова, 2007) значеннями амплітуд гармонічних складових магнітної індукції в повітряному зазорі електродинамічного гальма, з пазами, ширшими від зубців в 1,7 раза, показано на рис. 4.

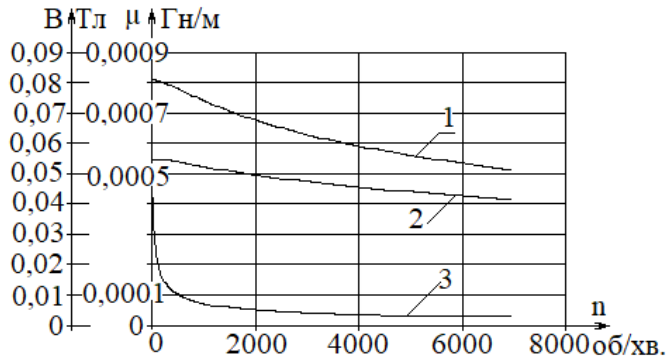


Рис. 3. Залежність від швидкості обертання магнітної проникності та індукції при одночасному намагнічуванні матеріалу диска постійним і змінним магнітними полями: 1 — індукція; 2 — уточнений розрахунок магнітної проникності; 3 — спрощений розрахунок магнітної проникності

Значення розмірів і параметрів розрахунку приведені в таблиці вхідних даних.

Таблиця. Вхідні дані для розрахунку

Параметр	Значення	Параметр	Значення	Параметр	Значення
$d_{\text{екв}}, \text{м}$	0,00323	$\sigma, 1/(\text{Ом} \cdot \text{м})$	7000000	$B_{\text{сп1}}, \text{Тл}$	0,081
$d_3, \text{м}$	0,00323	$\mu_0, \text{Гн/м}$	1,26E-06	$B_{01}, \text{Тл}$	-0,103
$d_d, \text{м}$	0,003	$\mu_d, \text{Гн/м}$	0,00125	$B_{\text{сп2}}, \text{Тл}$	0,00972
$r_1, \text{м}$	0,055	p_1	16	$B_{02}, \text{Тл}$	-0,16028
$r_2, \text{м}$	0,07	p_2	32	$B_{\text{сп3}}, \text{Тл}$	0,02187
$r_{\text{сп}}, \text{м}$	0,0625	p_3	48	$B_{03}, \text{Тл}$	-0,16715

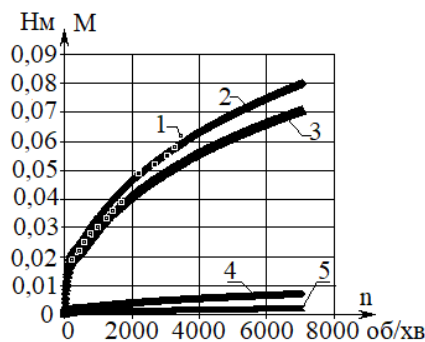


Рис. 4. Графіки залежності електромагнітного моменту від швидкості обертання для робочої зони з пазами, ширшими від зубців в 1,7 раза:

1 — точки, отримані експериментально; 2 — сумарний електромагнітний момент; 3 — електромагнітний момент, обумовлений робочою 32-полосною гармонічною складовою; 4 — електромагнітний момент, обумовлений другою 64-полосною гармонічною складовою; 5 — електромагнітний момент, обумовлений сумою 3, 4, 5, 6 гармонічних складових

Висновки

Користуючись аналітичними методами розрахунку електромагнітних полів обертових електропровідних тіл дископодібної форми, на основі енергетичного підходу знайдено нову математичну залежність для електромагнітного моменту електродинамічного гальма. Це надає можливість у подальшому вдосконалити методику проєктування електродинамічних гальм. Значення електромагнітного моменту, розраховані за отриманою формулою (11), підтверджують задовільний збіг з експериментальними даними. Для розглянутого варіанта конфігурації зубцевої зони електродинамічного гальма гармонічні складові магнітного поля, більш високого порядку, ніж робоча складова, несуттєво (близько 10—15%) впливають на створення гальмівного моменту. Відхилення експериментальних значень від розрахованих не перевищує 10%.

Література

- Васецький, Ю. М., Кондратенко, І. П. (2020). Електромагнітне поле індукторів для локального електроімпульсного впливу на металеві вироби. *Технічна електродинаміка*, 4, 11—14. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.04.011>.
- Васьковський, Ю. М., Гайдено, Ю. А. (2018). Дослідження електромагнітних процесів у синхронних машинах із постійними магнітами на основі коло-польових математичних моделей. *Технічна електродинаміка*, 2, 47—54. DOI: <http://doi.org/10.15407/techned2018.02.047>.
- Загірняк, М. В., Бранспіз, Ю. А., Вельченко, А. А. (2012). Решение уравнений магнитного поля в прямоугольном пазу с током, имеющем зону с постоянной магнитной проницаемостью. *Технічна електродинаміка*, 2, 15—16.
- Карлов, О. М., Кондратенко, І. П., Кришук, Р. С., Ращепкін, А. П. (2014). Метод розрахунку усередненого магнітного поля по висоті повітряного проміжку торцевого дугостаторного асинхронного двигуна. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*, 3 (27), 68—76.
- Ращепкін, А. П., Кондратенко, І. П., Карлов, О. М., Кришук, Р. С. (2022). Метод розрахунку електромагнітного поля спіралеподібної індукційної системи для магнітоімпульсного оброблення немагнітних металевих смуг з феромагнітним екраном. *Технічна електродинаміка*, 2, 43—51. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.02.043>.
- Титко, А. Й. (1994). *Електромагнитное экранирование незамкнутыми структурами в электрических машинах*. Київ: Наук. думка.
- Ципленков, Д. В., Іванов, О. Б., Бобров, О. В., Кузнецов, В. В., Артемчук, В. В. & Баб'як, М. О. (2020). *Проектування електричних машин : навч. посіб.* Дніпро: НТУ «ДП».
- Циганкова, Г. А. (2007). Експериментальне дослідження магнітного поля в дископодібному електродинамічному гальмі. *Праці Інституту електродинаміки НАН України*, 2(17), 112—116.
- Циганкова, Г. А. (2018). Методика розрахунку розподілу густини струмів в дисковому роторі електродинамічного гальма. *Відновлювана енергетика*, 4 (55), 53—63. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2018.4\(55\).53-63](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2018.4(55).53-63)
- Hendershot, J. R. & Miller, T. J. E. (2010). *Design of Brushless Permanent-Magnet Machines*. Motor Design Books LLC, Second Edition.
- Upadhyay Parag R. and Rajagopal, K. R. (2006). FE Analysis and Computer-Aided Design of a Sandwiched Axial-Flux Permanent Magnet Brushless DC Motor. *IEEE Trans. Magn.*, 42, 3401—3403.
- Profumo, F., Tenconi, A., Zhang, Z. and Cavagnino, A. (2000). Design and realization of a novel axial flux interior PM synchronous motor for wheel-motors applications. *Electrical Machines and Power Systems*. 637—649.
- Sahin, F., Tuckey, A. M. and Vandenput, A. J. A. (2001). Design, development and testing of a high speed axial-flux permanent magnet machine. *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*.
- Wang, R. and Kamper, M. J. (2002). Evaluation of eddy current losses in axial flux permanent magnet (AFPM) machine with an ironless stator. *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 1289—1294.