

УДК 664.2

MATHEMATICAL MODELING OF THE VARIOUS FACTORS INFLUENCE ON THE EFFICIENCY OF TYPE "A" STARCH PRECIPITATION IN A CENTRIFUGAL FIELD

T. Pohorilyi, Yu. Rozhko, V. Olishevskiy, E. Babko, O. Nikolaieva
National University of Food Technologies

Key words:

regression equation,
adequacy criterion,
number of degrees of
freedom

Article history:

Received 05.03.2025
Received in revised form
24.03.2025
Accepted 27.03.2025

Corresponding author:

pogorilyy_tm@ukr.net

ABSTRACT

Wheat starch production is a rather complex and energy-consuming process. For further optimization of this process, it is worth conducting mathematical modeling of the efficiency of type "A" starch precipitation in a centrifugal field depending on the influence of various factors. The main factors were selected as the amount of input raw materials, the frequency of the centrifuge drum rotation and the differential drum screw rotation speed. The mathematical model was based on the construction of a regression equation and its study for adequacy.

The basis was a full-factorial experiment $N=23$. The number of duplicate experiments was $m=3$. All subsequent studies concerned the normalized regression equation, to which the transition was made by coding the input factors. Initially, a successful input data check for the absence of gross errors was carried out based on the application of the Cochran criterion. The obtained coefficients of the regression equation were empirical in nature, therefore they were tested for significance based on the Student's t -test. The significance test of each of the regression equation coefficients showed that only the coefficients b_0 , b_1 , b_2 , b_3 and b_{23} were significant, on the basis of which the final normalized regression equation was obtained.

The adequacy of the final normalized regression equation to the actual process was checked using the Fisher criterion. There are several approaches to applying the Fisher criterion to this class of problems. The paper considered the main ones and proposed, in the authors' opinion, the most adequate implementation option for applying this criterion.

After successfully checking the normalized regression equation for adequacy, the transition from coded values to natural values was made and the total error of the experiment was calculated.

DOI: 10.24263/2225-2916-2025-37-13

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ РІЗНИХ ФАКТОРІВ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ОСАДЖЕННЯ КРОХМАЛЮ ТИПУ «А» У ВІДЦЕНТРОВОМУ ПОЛІ

Т. М. Погорілий, канд. техн. наук, ORCID ID: 0000-0002-6435-1198

Ю. В. Рожко

В. В. Олішевський, д-р техн. наук, ORCID ID: 0000-0001-6972-6799

Є. М. Бабко, канд. техн. наук, ORCID ID: 0000-0003-2389-007X

О. А. Ніколаєва, канд. ф.-м. наук, ORCID ID: 0000-0002-4958-1833

Національний університет харчових технологій

Виробництво пшеничного крохмалю є досить складним та енергозатратним процесом. Для подальшої оптимізації цього процесу варто провести математичне моделювання ефективності осадження крохмалю типу «А» у відцентровому полі з урахуванням впливу різних факторів. До основних факторів віднесено кількість вхідної сировини, частоту обертання барабана центрифуги та диференціальну швидкість обертання шнека барабана. Математична модель базувалась на побудові регресійного рівняння та дослідженні його на адекватність.

Ключові слова: регресійне рівняння, критерій адекватності, число ступенів свободи.

Вступ. В Україні та світі в сучасній промисловості застосовуються різні способи та методи розділення різноманітних емульсій і суспензій, до яких відносяться осадження, фільтрування та центрифугування.

Найбільш ефективним для отримання крохмалю є центрифугування — процес розділення суспензій і емульсій в полі дії відцентрових сил. Завдяки високій швидкості обертання складові суспензії за рахунок різниці мас (а також густини і в'язкості середовища) осідають на стінках тіла обертання з розшаруванням від важчих до легших елементів. «На дні» осідають спочатку важкі тверді частинки, потім легші, а далі рідини з різною густиною.

Процес гравітаційного осадження суспензії відбувається за законом Стокса і характеризується швидкістю осадження її частинок (або фаз). Діаметр частинки єдиний фактор, який має квадратичний вплив на швидкість осадження. Цей чинник є одним із найважливіших факторів, що впливає на ефективність розділення. Відцентрові сили, які розвиваються при центрифугуванні, чинять на суспензію, що розділяється, набагато більшу дію, ніж сили тяжіння і тиску. Напруженість створюваного в центрифугі поля відцентрових сил характеризується фактором розділення — фактором Фруда, який являє собою відношення відцентрового прискорення до прискорення сили тяжіння.

Таким чином до важливості фактора розміру частинки додаються такі важливі фактори, як швидкість обертання та розмір тіла обертання. Чим більший фактор розділення, тим вища роздільна здатність центрифуги. Фактор розділення може бути підвищений за рахунок збільшення радіуса барабана і в ще більшій мірі — збільшенням числа обертів.

Виробництво пшеничного крохмалю є досить складним та енергозатратним процесом, який ще називають «мокрим процесом» (таким, де використовується достатньо велика кількість води, $\sim 15 \text{ м}^3$ на 1 т борошна). Основна складність виробництва пшеничного крохмалю та глютену полягає в розділенні цих двох речовин, оскільки

кожна має дуже різні фізичні властивості. Клейковину незручно «витягувати» з вхідного борошна через її гумову клейкість. Використання центрифуг для розділення речовин з різною питомою вагою є ефективним рішенням, проте такий процес потребує ретельного дослідження та налаштування.

Процес розділяє один потік вхідної сировини на три потоки розділених фракцій. Якісною характеристикою досліджуваного процесу був вміст крохмалю типу «А» у важкій фракції розділення.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Незважаючи на повномасштабне вторгнення, Україна посідає вагоме місце у світі серед експортерів пшениці [6]. За даними Міністерства сільського господарства США, Україна у 2022—2023 роках посіла шосте місце (15,0 млн тонн) в рейтингу першої десятки країн експортерів пшениці. Проте глибока переробка пшениці всередині нашої держави надала б змогу створити сировину, а в результаті і товари з досить високою доданою вартістю, яка є одним з найважливіших чинників зростання економічної ситуації в країні. Загалом, глибока переробка пшениці дає декілька типів кінцевих продуктів, які в подальшому можуть використовуватися як високоякісна сировина при виробництві харчових чи інших продуктів [16].

Широкий огляд розділення фаз у біотехнології, включаючи методи математичного моделювання, запропоновано в [15, 17], хоч основні акценти зроблено на розділення клітинних культур і досить мало інформації про конкретні оптимальні параметри роботи центрифуг. У [11, 12, 14, 20] досліджено та побудовано математичні моделі процесу сепарації. Взаємозв'язок між швидкістю обертання і виходом продукту розглянуто в [19], але вивчався тільки один вид крохмалю. Метод RSM для знаходження оптимальних параметрів використано в [21]. Процес вилучення крохмалю з відходів описано у [18], проте автори не провели глибокого математичного аналізу процесу.

Використання вже готового закордонного обладнання дасть змогу вирішити проблему. Залишається лише питання режимів роботи такого обладнання при використанні місцевих сортів пшениці для зменшення енерговитрат та покращення якості цільового продукту [13].

Мета досліджень: створення математичної моделі визначення вмісту крохмалю «А» у відсотковому значенні в перерахунку на сухі речовини при осадженні у відцентровому полі з урахуванням параметрів диференційної швидкості шнека, швидкості обертання барабана центрифуги та кількості вхідної сировини (продуктивності).

Матеріали і методи. Математичну модель побудовано на основі використанням регресійного аналізу для трифакторного експерименту.

Відповідно до конструкції обладнання визначено три основні регулюючі фактори (вхідні параметри): кількість вхідної сировини Q , кг/год (продуктивність) — x_1 , частоту обертання барабана центрифуги v , об/хв — x_2 , диференційну швидкість шнека v_d , об/хв — x_3 , які повинні мати вплив на кінцевий результат.

Від продуктивності залежить кількість сухих речовин, що подається в декантер за одиницю часу. Від швидкості обертання барабана центрифуги має залежати швидкість осадження сировини. Від диференційної швидкості обертання шнека залежить швидкість відведення важкої фракції (А-крохмалю) з барабана, а отже, і час на осадження та розділення.

Результатом є відсоткове значення А-крохмалю у важкій фракції розділення (M , %).

Результати досліджень. При проведенні дослідів при кожній зміні параметру тричі проводився відбір кожної з проб.

Для формування плану проведення активного експерименту необхідно провести заміну вхідних величин (факторів впливу) як x_i , ($i=1..3$), а отримані результати — як y_i .

Тоді план активного експерименту матиме такий вигляд:

$$(x_1^{(-)}x_2^{(-)}x_3^{(-)}; x_1^{(+)}x_2^{(-)}x_3^{(-)}; x_1^{(-)}x_2^{(+)}x_3^{(-)}; x_1^{(+)}x_2^{(+)}x_3^{(-)}; x_1^{(-)}x_2^{(-)}x_3^{(+)}; x_1^{(+)}x_2^{(-)}x_3^{(+)}; x_1^{(-)}x_2^{(+)}x_3^{(+)}; x_1^{(+)}x_2^{(+)}x_3^{(+)}).$$

Залежність вихідної функції величини вмісту крохмалю «А» від вхідних регулюючих факторів є нелінійною, тому рівняння математичної моделі у вигляді рівняння регресії має такий вигляд:

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3 + \beta_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + \beta_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + \beta_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + \beta_{123} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3, \quad (1)$$

де x_1, x_2, x_3 — значення заданих факторів впливу; β_0 — вільний член рівняння; $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ — лінійні коефіцієнти; $\beta_{12}, \beta_{23}, \beta_{13}$ — коефіцієнти парної взаємодії двох різних факторів між собою; β_{123} — коефіцієнт взаємодії трьох вказаних факторів між собою.

Для побудови матриці експерименту використали матрицю з двома рівнями зміни вхідних параметрів — максимальний «+1» та мінімальний «-1».

Загальна кількість дослідів N , необхідних для проведення ПФЕ 2^3 , становить: $N = 2^n = 2^3 = 8$, де $n = 3$ — кількість вхідних факторів.

Спланована кількість дублюючих дослідів становить: $m = 3$.

Визначили межі зміни факторів та склали матрицю рівнів варіювання (табл. 1).

Таблиця 1. Рівні варіювання та кроки варіювання факторів

Фактор	Одиниці вимірювання	«0»-рівень x_{i_0}	Крок варіювання Δx_i	Верхній рівень +1	Нижній рівень -1
x_1	Продуктивність, кг/год	17 000	3 000	20 000	14 000
x_2	Швидкість обертання барабана, об/хв	2 925	225	3 150	2 700
x_3	Диф. швидкість, об/хв	47,5	12,5	60,0	35,0

Нормалізували рівняння регресії, перетворивши змінні x_i в безрозмірні нормалізовані величини z_i для верхнього «+1» та нижнього рівня «-1»:

$$z_i = \frac{x_i - x_{i_0}}{\Delta x_i}, \quad (2)$$

де x_i — значення фактора на верхньому «+1» та нижньому «-1» рівні; x_{i_0} — значення i -го фактора на 0-рівні; Δx_i — крок варіювання i -го фактора.

Після нормалізації на основі (2) рівняння регресії (1) має вигляд:

$$y_1 = b_0 + b_1 \cdot z_1 + b_2 \cdot z_2 + b_3 \cdot z_3 + b_{12} \cdot z_1 \cdot z_2 + b_{23} \cdot z_2 \cdot z_3 + b_{13} \cdot z_1 \cdot z_3 + b_{123} \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3, \quad (3)$$

де, за аналогією з коефіцієнтами регресійного рівняння (1), коефіцієнти b_0 — вільний член рівняння (3); b_1, b_2, b_3 — лінійні коефіцієнти; b_{12}, b_{23}, b_{13} — коефіцієнти парної взаємодії двох різних факторів між собою; b_{123} — коефіцієнт взаємодії трьох факторів між собою. Зауважимо, що коефіцієнти β_j , ($j = \{0, 1, 2, 3, 12, 13, 23, 123\}$), регресійного рівняння (1) та b_j , ($j = \{0, 1, 2, 3, 12, 13, 23, 123\}$), нормалізованого регресійного рівняння (3) в загальному випадку різні.

Наступним кроком є побудова матриці плану повного багатфакторного (в нашому випадку трифакторного) експерименту, яка наведена в табл. 2.

Таблиця 2. План повного факторного експерименту 2^3 з урахуванням коефіцієнтів взаємодії та результати ПФЕ 2^3

№ досл.	z_0	z_1	z_2	z_3	z_1z_2	z_2z_3	z_1z_3	$z_1z_2z_3$	y_1	y_2	y_3	$\bar{y}_i$	S_i^2
1	+	-	-	-	+	+	+	-	70,1	72,8	66,8	69,90	9,03
2	+	+	-	-	-	+	-	+	77,9	81,5	74,5	77,97	12,25
3	+	-	+	-	-	-	+	+	81,8	85,6	78,5	81,97	12,62
4	+	+	+	-	+	-	-	-	92,2	95,8	88,2	92,07	14,45
5	+	-	-	+	+	-	-	+	65,1	67,8	62,2	65,03	7,84
6	+	+	-	+	-	-	+	-	74,9	78,5	71,5	74,97	12,25
7	+	-	+	+	-	+	-	-	61,2	64,6	59,8	61,87	6,09
8	+	+	+	+	+	+	+	+	77,8	81,2	74,6	77,87	10,89

Для подальшої обробки статистичних даних з табл. 2 спочатку варто провести перевірку вхідних даних y_i , ($i = 1..3$) на відсутність грубих помилок. Одним із методів проведення такої перевірки є оцінювання дисперсій на однорідність за допомогою використання критерію Кохрена.

Середні рядкові значення $\bar{y}_i$, ($i = 1..3$) проведених експериментів розраховуються за формулою середнього арифметичного значення:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{k=1}^m y_{ki}}{m}, \quad (4)$$

де m — кількість паралельних дослідів у визначенні $\bar{y}_i$, ($i = 1..3$), (в нашому випадку $m = 3$); k — номер повторень по кожному рядку (в нашому випадку $k = 1..3$); i — номер рядка в плані експерименту табл. 2, (в нашому випадку $i = 1..8$). Отримані результати середніх значень $\bar{y}_i$, ($i = 1..3$) занесено в табл. 2.

Дисперсії паралельних дослідів величини вмісту крохмалю «А» y_i , ($i = 1..3$) кожного рядка матриці плану експерименту табл. 2, тобто рядкові дисперсії відтворюваності одиничних результатів визначали на основі (4):

$$S_{y_{ki}}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (y_{ki} - \bar{y}_i)^2, \quad (i = 1..8), \quad (5)$$

де, в нашому випадку, $m = 3$.

У результаті проведених розрахунків на основі (5) остаточно отримали значення рядкових дисперсій відтворюваності одиничного результату у вигляді:

$$S_{y_{k1}}^2 = \frac{1}{3-1} [(70,1 - 69,90)^2 + (72,8 - 69,90)^2 + (66,8 - 69,90)^2] = 9,03; \quad S_{y_{k2}}^2 = 12,25; \\ S_{y_{k3}}^2 = 12,62; \quad S_{y_{k4}}^2 = 14,45; \quad S_{y_{k5}}^2 = 7,84; \quad S_{y_{k6}}^2 = 12,25; \quad S_{y_{k7}}^2 = 6,09; \quad S_{y_{k8}}^2 = 10,89. \quad (6)$$

Отримані дані занесено в табл. 2.

Найбільше значення рядкових дисперсій відтворюваності одиничного результату $S_{y_{ki}}^2$, ($i = 1..8$), з усіх розрахованих на основі (6), визначили на основі виразу:

$$S_{y_{k,\max}}^2 = \max_{1 \leq i \leq 8} S_{y_{ki}}^2 = S_{y_{k4}}^2 = 14,45. \quad (7)$$

Сума всіх рядкових дисперсій відтворюваності одиничного результату $S_{y_{ki}}^2$, ($i = 1..8$), дорівнює:

$$\sum_{i=1}^N S_{y_{k_i}}^2 = 9,03 + 12,25 + 12,62 + 14,45 + 7,84 + 12,25 + 6,09 + 10,89 = 85,44. \quad (8)$$

Розрахункову величину критерію Кохрена G_p отримано за формулою співвідношення максимального значення дисперсій $S_{y_k, \max}^2$ з виразу (7) до величини їх суми

$\sum_{i=1}^N S_{y_{k_i}}^2$ з виразу (8):

$$G_o = \frac{S_{y_k, \max}^2}{\sum_{i=1}^N S_{y_{k_i}}^2} = \frac{14,45}{85,44} = 0,16912. \quad (9)$$

Табличне критичне значення критерію Кохрена дорівнює $G_{kp,(8; 2; 0,05)} = 0,5157$ і в нашому випадку визначено для ступенів свободи $f_1 = N = 8$; $f_2 = m - 1 = 3 - 1 = 2$; та для прийнятого рівня значущості $\alpha = 0,05$, (тобто рівень похибки проведених розрахунків приймається в межах 5%, відповідно, достовірність проведених розрахунків становить 95%).

Безпосередня перевірка виконання критерію Кохрена, яка вимагає виконання умови:

$$G_p < G_{kp}, \quad (10)$$

показала, що в нашому випадку на основі (9) умова виконується:

$$G_o = 0,16912 < G_{o\partial(8;2;0,05)} = 0,5157.$$

Отже, дисперсії (міра розсіювання) отриманих експериментальних даних у паралельних дослідях є однорідними, тобто відтворюваними.

Коефіцієнти рівняння регресії, які мають емпіричний характер, знайдено за формулами:

$$b_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{j,i} \cdot \bar{y}_i, \quad (j = \{0, 1, 2, 3, 12, 13, 23, 123\}). \quad (11)$$

У нашому випадку емпіричні коефіцієнти рівняння регресії на основі (11)—(13) дорівнюють:

$$b_0 = 75,204; \quad b_1 = 5,513; \quad b_2 = 3,238; \quad b_3 = -5,271; \\ b_{12} = 1,013; \quad b_{23} = -3,304; \quad b_{13} = 0,971; \quad b_{123} = 0,504. \quad (14)$$

Далі необхідно було провести перевірку коефіцієнтів рівняння регресії (14) на значущість, що виконувалось на основі використання критерію Стюдента. Для цього спочатку необхідно визначити похибку коефіцієнтів рівняння регресії.

Середньоарифметична для всього експерименту дисперсія відтворюваності одиничного результату на основі отриманого значення суми рядкових дисперсій відтворюваності одиничного результату (8) визначається за формулою:

$$S_{y_k}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_{y_{k_i}}^2}{N} = \frac{85,44}{8} = 10,68. \quad (15)$$

Середня для всього експерименту дисперсія відтворюваності середнього вихідного значення процесу розраховується за формулою:

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{S_{y_k}^2}{m} = \frac{10,68}{3} = 3,56. \quad (16)$$

Дисперсія коефіцієнтів рівняння регресії визначалась за формулою:

$$S_b^2 = \frac{S_y^2}{N} = \frac{3,56}{8} = 0,445. \quad (17)$$

Похибка коефіцієнтів рівняння регресії визначалась за формулою:

$$S_b = \sqrt{S_b^2} = \sqrt{0,445} = 0,667. \quad (18)$$

Перевіряємо значущість коефіцієнтів регресії (14), що характеризують лінійні ефекти та ефекти парної і потрійної взаємодії. Для перевірки значущості коефіцієнтів регресії використаємо критерій Стюдента.

Коефіцієнти рівняння регресії (14) можна вважати відмінними від нуля, тобто значущими, якщо виконується нерівність:

$$|b_j| > t_{кр,(f;\alpha)} \cdot \sqrt{S_b^2}, \quad (j = \{0, 1, 2, 3, 12, 13, 23, 123\}), \quad (19)$$

де $t_{кр,(f;\alpha)}$ — табличне значення t -критерію або критерію Стюдента; f — число ступенів свободи, яке визначається за формулою:

$$f = (m - 1) \cdot N; \quad (20)$$

α — рівень значущості (в харчовій промисловості переважно приймається в межах 5%).

Табличне критичне значення t -критерію або ж критерію Стюдента дорівнює $t_{кр(16; 0,05)} = 2,12$ і в нашому випадку визначено для ступенів свободи $f = (m - 1) \cdot N = (3 - 1) \cdot 8 = 16$ та для прийнятого рівня значущості $\alpha = 0,05$ (тобто рівень достовірності проведених розрахунків також становить 95%).

Критичне значення величини відхилення будь-якого коефіцієнта рівняння регресії становить:

$$|b_{кр}| = t_{кр(16; 0,05)} \cdot \sqrt{S_b^2} = 2,12 \cdot \sqrt{0,445} = 1,414. \quad (21)$$

Проведена перевірка (19) значущості кожного з коефіцієнтів (14) рівняння регресії (3) на основі (21) показала, що:

$$\begin{aligned} |b_0| = |75,204| > 1,414; \quad |b_1| = |5,513| > 1,414; \quad |b_2| = |3,238| > 1,414; \quad |b_3| = |-5,271| > 1,414; \\ |b_{12}| = |1,013| < 1,414; \quad |b_{13}| = |0,971| < 1,414; \quad |b_{23}| = |-3,304| > 1,414; \\ |b_{123}| = |0,504| < 1,414. \end{aligned} \quad (22)$$

Таким чином, в результаті перевірки (22) значущими виявилися коефіцієнти:

$$b_0 = 75,204; \quad b_1 = 5,513; \quad b_2 = 3,238; \quad b_3 = -5,271 \quad \text{та} \quad b_{23} = -3,304. \quad (23)$$

В результаті проведених досліджень (22)—(23) за критерієм Стюдента (19) на значущість коефіцієнтів (14) рівняння регресії (3) отримуємо остаточне нормалізоване рівняння регресії у формі поліному:

$$\hat{y} = 75,204 + 5,513 \cdot z_1 + 3,238 \cdot z_2 - 5,271 \cdot z_3 - 3,304 \cdot z_2 \cdot z_3. \quad (24)$$

На останньому етапі створення математичної моделі впливу різних факторів на ефективність осадження крохмалю типу «А» у відцентровому полі необхідно було провести перевірку отриманого нормалізованого рівняння регресії (24) із значущими коефіцієнтами (23) на адекватність дійсному процесу. Проводити таку перевірку варто з використанням критерію Фішера. Зауважимо, що саме по даному пункту можливо отримати недостовірні або такі, що значно відрізняються один від одного результати за умови некоректного застосування згаданого критерію або при умові застосування різних варіантів підрахунку чисел ступенів вільності (про що буде сказано далі).

У результаті підстановки значення кожного нормалізованого фактора в отримане рівняння регресії (24) отримуємо розрахункові значення функції $\hat{y}_i$, ($i = 1..8$):

$$\begin{aligned}\hat{y}_1 &= 75,204 + 5,513 \cdot (-1) + 3,238 \cdot (-1) - 5,271 \cdot (-1) - 3,304 \cdot (-1) \cdot (-1) = 68,421 ; (25) \\ \hat{y}_2 &= 79,446 ; \quad \hat{y}_3 = 81,504 ; \quad \hat{y}_4 = 92,529 ; \quad \hat{y}_5 = 64,488 ; \\ \hat{y}_6 &= 75,513 ; \quad \hat{y}_7 = 64,354 ; \quad \hat{y}_8 = 75,379 .\end{aligned}$$

Перевірка на адекватність кінцевого нормалізованого рівняння регресії (24) дійсному процесу включає в себе порівняння результатів (25), отриманих на основі нормалізованого рівняння регресії (24), із дослідними даними табл. 2.

З цією метою варто розрахувати дисперсію адекватності S_{ao}^2 за формулою:

$$S_{ao}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{N - N'} , \quad (26)$$

де N' — кількість значущих коефіцієнтів у рівнянні регресії.

І тут необхідно зробити перше зауваження стосовно вибору значення цієї величини. За одними даними кількість значущих коефіцієнтів у рівнянні регресії N' розраховується на основі тієї кількості коефіцієнтів, які залишилися після перевірки (22) на значущість, але без урахування коефіцієнта b_0 . Для такого варіанта розрахунку кількості значущих коефіцієнтів згідно з (23) без урахування коефіцієнта b_0 отримали $N' = 4$.

За іншими даними кількість значущих коефіцієнтів у рівнянні регресії N' розраховується на основі тієї кількості коефіцієнтів, які залишились після перевірки на значущість (22), причому лише основних (b_1, b_2, b_3), тобто без урахування коефіцієнтів парної (b_{12}, b_{13}, b_{23}) та потрібної (b_{123}) взаємодії, але вже з урахуванням коефіцієнта b_0 . Для такого варіанта розрахунку кількості значущих коефіцієнтів згідно з (23) також отримали $N' = 4$.

У першому та другому варіанті розрахунку кількості значущих коефіцієнтів у рівнянні регресії N' отримали однакові величини. Але в більш загальному випадку це будуть різні величини. Скажімо, якщо після перевірки (22) значущими залишаться всі коефіцієнти рівняння регресії, то в першому випадку проведення розрахунків отримаємо $N' = 7$. В другому ж випадку отримаємо $N' = 4$. Вибір залишимо за дослідником.

Дисперсія адекватності S_{ao}^2 регресійного рівняння дійсному процесу дорівнює:

$$\begin{aligned}S_{ao}^2 &= \frac{1}{N - N'} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2 = \\ &= \frac{1}{8-4} \left[(68,42 - 69,90)^2 + (79,45 - 77,97)^2 + (81,50 - 81,97)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (92,53 - 92,07)^2 + (64,49 - 65,03)^2 + (75,51 - 74,97)^2 + (64,35 - 61,87)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (75,38 - 77,87)^2 \right] = 4,443\end{aligned} \quad (27)$$

Розрахункове значення критерію Фішера визначено за формулою:

$$F_p = \frac{S_{ao}^2}{S_{\bar{y}}^2} , \quad (28)$$

де S_{ao}^2 — визначена в (27) дисперсія адекватності регресійного рівняння дійсному

процесу; $S_{\bar{y}}^2$ — визначена в (16) середня для всього експерименту дисперсія відтворюваності середнього вихідного значення процесу.

Тут необхідно зробити друге зауваження стосовно формули (28) обчислення розрахункового значення критерію Фішера. Така величина повинна бути завжди більше одиниці, тому у вищенаведеному виразі (28) дисперсія адекватності S_{ad}^2 , яка розміщена в чисельнику, так само як і величина $S_{\bar{y}}^2$ в знаменнику, поставлені чисто умовно. В чисельнику дробу (28) завжди повинна стояти більша за величиною дисперсія, а у знаменнику — менша з них. Тобто формулу (28) потрібно використовувати не буквально, а у вигляді:

$$F_p = \frac{\max\{S_{ad}^2, S_{\bar{y}}^2\}}{\min\{S_{ad}^2, S_{\bar{y}}^2\}}. \quad (29)$$

З огляду на зроблене друге зауваження остаточно розрахунковий критерій Фішера дорівнює:

$$F_p = \frac{\max\{S_{ad}^2, S_{\bar{y}}^2\}}{\min\{S_{ad}^2, S_{\bar{y}}^2\}} = \frac{S_{ad}^2}{S_{\bar{y}}^2} = \frac{4,443}{3,56} = 1,25. \quad (30)$$

Для знаходження табличного критичного значення розподілу Фішера необхідно визначити дві величини ступенів свободи f_1 та f_2 , та задати рівень значущості α , тобто:

$$F_{kp} = F_{табл}(f_1, f_2, \alpha). \quad (31)$$

Третє зауваження стосується питання, як саме повинні визначатись величини ступенів свободи f_1 та f_2 з виразу (31), оскільки часто зазначається, що величина f_1 співвідноситься з дисперсії адекватності S_{ad}^2 регресійного рівняння дійсному процесу, а величина f_2 , — саме для середньої всього експерименту дисперсії відтворюваності середнього вихідного значення процесу $S_{\bar{y}}^2$. Однак це не завжди так.

Коли знаходять критичне значення за таблицями розподілу Фішера, то за величину f_1 приймають ту величину ступеня свободи, яка відповідає дисперсії, що знаходиться в чисельнику виразу (29), а за величину f_2 , — величину ступеня свободи, яка відповідає дисперсії, що знаходиться в знаменнику виразу (29).

У нашому випадку в чисельнику розташована дисперсія адекватності S_{ad}^2 регресійного рівняння дійсному процесу (27), тому число ступенів вільності f_1 визначається як:

$$f_1 = N - N' = 8 - 4 = 4. \quad (32)$$

У знаменнику в нашому випадку розташована середня для всього експерименту дисперсія відтворюваності середнього вихідного значення процесу $S_{\bar{y}}^2$, (16), тому число ступенів вільності f_2 визначається як:

$$f_2 = N(m - 1) = 8(3 - 1) = 16. \quad (33)$$

Таким чином, для нашого випадку критичне значення розподілу Фішера знаходимо за таблицями для ступенів свободи: $f_1 = 4$, на основі (32); $f_2 = 16$, на основі (33); та для рівня значущості $\alpha = 5\%$ (тобто рівень достовірності перевірки на адекватність також становить 95%):

$$F_{kp,(4; 16; 0,05)} = 3,01. \quad (34)$$

Перевіряємо умову адекватності:

$$F_p = 1,25 < F_{kp,(4; 16; 0,05)} = 3,01. \quad (35)$$

Використовуючи критерій Фішера (35), можна зробити висновок, що отримане кінцеве нормалізоване рівняння регресії (24) є адекватним реальному дійсному процесу дослідних даних (табл. 2) з достовірністю 95%.

Останнім кроком буде перехід від нормалізованого рівняння регресії (24) в кодіваних величинах до натуральних величин. Таке перетворення проводиться на основі виразу (2), яке по кожному фактору буде представлено у вигляді:

$$z_1 = \frac{x_1 - x_{1_0}}{\Delta x_1} = \frac{x_1 - 17000}{3000}; \quad (36)$$

$$z_2 = \frac{x_2 - x_{2_0}}{\Delta x_2} = \frac{x_2 - 2925}{225}; \quad (37)$$

$$z_3 = \frac{x_3 - x_{3_0}}{\Delta x_3} = \frac{x_3 - 47,5}{12,5}. \quad (38)$$

Тоді остаточно математична модель визначення вмісту крохмалю «А» у відсотковому значенні в перерахунку на сухі речовини при осадженні у відцентровому полі після перетворень (24) на основі (36)—(38) буде представлена у вигляді регресійного рівняння:

$$\hat{y}(x_1, x_2, x_3) = 75,204 + 5,513 \cdot \frac{x_1 - 17000}{3000} + 3,238 \cdot \frac{x_2 - 2925}{225} - 5,271 \cdot \frac{x_3 - 47,5}{12,5} - 3,304 \cdot \frac{x_2 - 2925}{225} \times \\ \times \frac{x_3 - 47,5}{12,5} \approx -141,31813 + 1,8377 \cdot 10^{-3} \cdot x_1 + 7,0192 \cdot 10^{-2} \cdot x_2 + 3,01448 \cdot x_3 - 1,1748 \cdot 10^{-3} \cdot x_2 \cdot x_3, \quad (39)$$

При підстановці в отриману математичну модель (39) значення заданих вхідних параметрів x_1 , x_2 та x_3 (табл. 1) отримали математичні розрахунки вмісту А-крохмалю у важкій фракції процесу розділення, які повністю збігаються з отриманими в (25) значеннями.

Загальна похибка експерименту розрахована за формулою:

$$\Delta_{\text{зар}} = \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{y}_i - \bar{y}_i|}{\bar{y}_i}, \quad (40)$$

де величини $\hat{y}_i$, ($i = 1..8$), визначаються на основі виразу (39), а $\bar{y}_i$, ($i = 1..3$), — на основі виразу (4). Отже, $\Delta_{\text{зар}} = 0,139\%$.

Висновки. Створили математичну модель визначення вмісту крохмалю «А» у відсотковому значенні в перерахунку на сухі речовини при осадженні у відцентровому полі (39) з урахуванням параметрів: x_1 — кількості вхідної сировини Q , кг/год (продуктивність); x_2 — частоти обертання барабана центрифуги v , об/хв; x_3 — диференційної швидкості шнека v_d , об/хв. Загальна похибка експерименту становить $\Delta_{\text{зар}} = 0,139\%$. Під час побудови математичної моделі зроблено декілька важливих зауважень стосовно різних підходів при обчисленні чисел ступенем вільності та при обчисленні розрахункового значення критерію Фішера.

ЛІТЕРАТУРА

1. Букетов, А. В. (2009). *Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів та систем*. Тернопіль: СМП «Тайп».
2. Гліненко, Л. К., Сухонос О. Г. (2003). *Основи моделювання технічних систем*. Львів: Бескид Біт.
3. Грищенко, І. М., Григоренко, О. М., Борисенко, В. А. (2001). *Основи наукових досліджень*: навч. посіб. Київ: Київ. нац. торг.-екон. ун-т.

4. Муха, М., Воробйова, І. Проблеми експорту зерна через ЄС та потужностей зберігання в Україні. <http://elevatorist.com/blog/read/761eksport-cherez-suhoputni-shlyahi-do-yes-mojlivosti>.
5. Кривопляс-Володіна, Л. О., Гавва, О. М., Яровий, В. Л., Токарчук, С. В. (2016). Основи наукових досліджень у прикладних задачах: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Київ: Сталь.
6. Остапчук, М. В., Станкевич, Г. М. (2006). *Математичне моделювання на ЕОМ*. Одеса: «Друк».
7. Погорілий, Т. М. (2025). Моделювання оптимальних параметрів роботи горизонтальної центрифуги для отримання крохмалю типу «А». *Наукові праці НУХТ*, 31(1), 131—144. DOI: <https://doi.org/10.24263/2225-2924-2025-31-1-12>.
8. Пушанко, М. М., Лагода, В. А. (2010). *Центрифугування цукрових утфелів*. К.: Вища школа.
9. Рожко, Ю., Погорілий, Т. (2024). Аналіз ефективності осадження крохмалю пшеничного типу «А» в полі дії відцентрових сил. Матеріали 90 Міжнародної наукової конференції молодих учених, аспірантів і студентів "Наукові здобутки молоді — вирішенню проблем харчування людства у XXI столітті", 11—12. Київ: НУХТ, Ч. 2.
10. Томашевський, В. М. (2005). *Моделювання систем*. Київ: Видавнича група BVH.
11. Akhmadiev, F. G., Zinnatullin, N. N. (2014). Mathematical modeling of the separation of two-phase mixtures in a centrifugal thickener. *Theor. Found Chem. Eng.*, 48, 199—205. <https://doi.org/10.1134/S004057951402002X>.
12. Gleiß, M., Nirschl, H. (2023). About Modeling and Optimization of Solid Bowl Centrifuges. *KONA Powder and Particle Journal*, 41. <https://doi.org/10.14356/kona.2024010>.
13. Karl-Heinz Schneider, Dr. Götz Kröner. Weizenqualität für technische Anwendungen aus der Sicht der Stärkeindustrie, Proceedings des 23. Getreideseminars. Detmond. 2010.
14. Leone, A., Romaniello, R., Zagaria, R., Tamborrino, A. (2015). Mathematical modelling of the performance parameters of a new decanter centrifuge generation. *Journal of Food Engineering*, 166. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2015.05.011>.
15. Leung, W. (2007). Centrifugal Separations in Biotechnology. *Centrifugal Separations in Biotechnology*. <https://doi.org/10.1016/B978-1-85617-477-0.X5000-9>.
16. Lim, Y.-M., Hoobin, P., Ying, D. Y., Bugar, I., Gooley, P. R., Augustin, M. A. (2015). Physical characterisation of high amylose maize starch and acylated high amylose maize starches. *Carbohydrate Polymers*, 117. <http://dx.doi.org/10.1016/j.carbpol.2014.09.068>.
17. Pouliot, Y., Conway, V., Leclerc, P.-L. (2014). *Separation and Concentration Technologies in Food Processing. Food Processing: Principles and Applications: Second Edition*, 33—60. <https://doi.org/10.1002/9781118846315.ch3>.
18. Prabha, V., Dash, S. K., Rayaguru, K., Panda, M., Nedunchezhiyan, M. (2020). Optimization of starch isolation process for sweet potato and characterization of the prepared starch. *Journal of Food Measurement and Characterization*, 14. <https://doi.org/10.1007/s11694-020-00401-8>.
19. Saengchan, K., Nopharatana, M., Songkasiri, W. (2014). Recovery of tapioca starch from pulp in a conical basket centrifuge — Effects of rotational speed and liquid to solid (L/S) ratio on cake formation and starch-pulp separation efficiency. *Separation and Purification Technology*, 127, 192—201. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2014.02.026>.
20. Shin, H., Cho, S.-C. (2013). Optimization of Cationic Corn Starch Production by Using Response Surface Methodology. *Food Engineering Progress*, 17, 143—150. <https://doi.org/10.13050/foodengprog.2013.17.2.143>.
21. Yuting, Q., Fangling, D., Zhuqing, J., Bin, Q., Qianqian, G., Jie, L., Tongcheng, X. (2018). Optimization of starch isolation from red sorghum using response surface methodology. *LWT*, 91, 242—248. <https://doi.org/10.1016/j.lwt.2018.01.014>.