

УДК 664.1:519.71

RESEARCH ON THE BEHAVIOR OF THE TECHNOLOGICAL COMPLEX OF A SUGAR FACTORY USING WAVELET ANALYSIS METHODS

V. Kyshenko, O. Romashchuk

National University of Food Technologies

Key words:

control,
wavelet analysis,
sugar factory,
system,
time series

Article history:

Received 13.09.2023

Received in revised form
09.04.2024

Accepted 12.04.2024

Corresponding author:

alexandr290994@gmail.com

ABSTRACT

The purpose of this article is to justify the use of wavelet analysis methods for modeling the dynamics of time series of technological variables that characterize the multifaceted behavior of the technological complex of a sugar factory as a complex control object.

The wavelet transform generates a type of set of properties that characterize the current state of the control object. The time series of the main technological variables of the technological complex of the sugar factory were analyzed: steam consumption, juice consumption, chip consumption, temperature, juice pH. In the analysis of time series characterizing the behavior of sugar production processes, different types of wavelets were used: Gau (Gauss), Morl (Morle), Mhat (Mexican hat). The wavelet transformation of the signal was provided using the Matlab mathematical package. During the analysis of the time series of consumption of limestone milk, the area of sharp emissions (surges) is highlighted, which provides diagnostics of anomalies in the analysis of situations. In the time series of diffusion juice consumption, the non-stationarity of the control object is established, which occurs at certain time intervals, which allows for the possibility of establishing specific estimates of non-stationarity in both qualitative and quantitative aspects. In the time series of the temperature of the diffusion juice, periodicities in the behavior are determined, and the wavelet spectrogram of the signal indicates the presence of existing high-frequency noises, as well as their frequency spectrum is determined.

The use of wavelet analysis provides effective processing and forecasting of non-stationary time series of technological control objects of various types. The results of wavelet analysis with the establishment of their features allow specialists to conduct a more complete and correct interpretation of the behavior of complex control objects and to develop effective management solutions based on them.

DOI: 10.24263/2225-2916-2024-35-7

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ ТЕХНОЛОГІЧНОГО КОМПЛЕКСУ ЦУКРОВОГО ЗАВОДУ МЕТОДАМИ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ

В. Д. Кишенько, канд. техн. наук, <https://orcid.org/0000-0003-2805-5065>

О. М. Ромашук, здобувач PhD, <https://orcid.org/0009-0007-4298-5193>

Національний університет харчових технологій

Досліджується технологічний комплекс цукрового заводу як об'єкт автоматичного керування. Розглядається математичне та чисельне моделювання часових рядів за допомогою вейвлет-аналізу. Наведений алгоритм у визначенні показників стохастичності, хаотичності та аналізі особливих станів системи за допомогою вейвлет-перетворення.

Метою статті є обґрунтування використання методів вейвлет-аналізу для моделювання динаміки часових рядів технологічних змінних, що характеризують різнопланову поведінку технологічного комплексу цукрового заводу як складного об'єкта керування.

Ключові слова: керування, вейвлет-аналіз, цукровий завод, система, часовий ряд.

Вступ. Технологічні комплекси цукрових виробництв через їх визначальні ознаки відносяться до складних організаційно-технічних систем [1]. Організаційно-технічні системи є складними системами, мають унікальні властивості емерджентного характеру, які не дозволяють адекватно відтворити на основі застосування консервативних парадигм, тому для аналізу таких складних динамічних систем все частіше використовуються передові моделі і методи базових наук, які спільно із сучасними здобутками в галузі комп'ютерних систем дали змогу досягти кардинального рівня в дослідженні природи цих систем, прогнозуванні виникнення та виявлення критичних і нештатних ситуацій.

Завдання управління складними технологічними системами ускладнене внаслідок нелінійності характеристик об'єкта, його багатовимірності, наявності численних заплутаних зв'язків, перебігу складних перехідних процесів, виникнення критичних і хаотичних режимів, і полягає в оперативному своєчасному розпізнаванні критичних станів у поведінці об'єкта та створення превентивних дій, спрямованих на усунення причин появи цих змін [2].

Класичні моделі управління технологічними процесами та традиційні аналітичні методи дослідження й аналізу ефективності цих технологій зіштовхуються з проблемами так званого *intermittency*, що полягає в чергуванні детермінованих режимів із стохастичними і хаотичними, тому досить складно організувати ефективні стратегії управління, адекватні такій складній поведінці об'єкта.

Прогрес у різних галузях виробництва потребує створення і впровадження нових технологій, методів отримання і переробки інформації й ефективного своєчасного прийняття управляючих рішень.

Цукрова промисловість не стала винятком. З часом стало зрозуміло, що проводити технологічний процес, який базується на досвіді операторів, неефективно, потрібно створювати нові підходи. Раніше дослідити та спрогнозувати результати дії випадкових і хаотичних режимів на хід керування технологічними процесами було неможливо, але завдяки розвитку науки й техніки були отримані методи, що дали змогу розпочати дослідження таких впливів. Окрім недостатньо адаптованого мате-

матичного апарата до моделювання організаційно-технічних систем, важливою перешкодою використання методів теорії детермінованого хаосу до моделювання технологічних систем є великий рівень шумів часових рядів. Відомі способи видалення шуму не забезпечують необхідного результату, тому запропоновано застосувати методи теорії вейвлетів для розв'язання такої проблеми.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Найбільш перспективним додатком теорії нелінійних систем з хаотичною поведінкою є прогнозування динаміки породжених цими системами часових рядів [3]. Часовим рядом, зазвичай, називається послідовність подій, спостережуваних через деякі, як правило, рівні інтервали часу. Часові ряди технологічних змінних — це свого роду модель поведінки об'єкта управління: у своєму складі визначає всілякі його особливості; представляє структурні зв'язки об'єкта, його причинно-наслідкові відносини, характеризує нестаціонарність об'єкта, зумовлює вплив зовнішніх впливів тощо. Причому результати обробки часових рядів повинні максимально забезпечувати оптимальну реалізацію прикладних функцій прогнозування та прийняття рішень з управління. Серед таких методів виділяють статистичні, імовірнісні, логічні, нечіткі та нейромережні, евристичні, методи нелінійної динаміки [4]. Нелінійна динаміка є науковою методологічною платформою, що дає змогу аналізувати рух різноманітних складних динамічних систем на основі об'єктивних законів їх розвитку.

Здійснення аналізу часових рядів методами нелінійної динаміки передбачає застосування комп'ютерної техніки, крім того, для збільшення ефективності проведеного аналізу та переконливості його результатів важливо застосовувати комплексну методику аналізу часових рядів. Така методика складається з трьох етапів, по-перше, візуалізація та попередня обробка, по-друге, обчислення метричних характеристик для діагностики типу динаміки і, по-третє, побудова прогнозу [5].

Як правило, при аналізі часових рядів використовуються методи, що дають кількісний прогноз. Для часових рядів, у яких гіпотеза про існування тренду не підтверджується, такі методи непродуктивні [6].

У праці [7] обґрунтовуються такі причини малої інформативності статистичних показників, як ефект присутності фрактальних особливостей у часових рядах, реальна функція розподілу яких не погоджується з нормальним розподілом. Тому для виявлення спільної тенденції поведінки часових рядів пропонується на етапі передпрогнозного аналізу використовувати методи теорії хаосу, які дають змогу провести якісний аналіз досліджуваного часових рядів. Стосовно динаміки технологічних процесів і природних систем теорія хаосу не тільки пояснює біфуркаційні явища (великі падіння чи великі викиди), але й стверджує, що їх неможливо передбачити, оскільки природа не є рядом повторюваних закономірностей, і характеризується локальною випадковістю та глобальним порядком. З цієї причини багато аналітиків обґрунтовано припустили, що розпізнати в хаотичному русі нові закономірності їм допоможе фрактальність природи часових рядів [8].

Розвитку методів нелінійної динаміки передувало також прогрес, що намітився в комп'ютерних технологіях, коли стало можливим візуалізувати на екрані дисплея результати моделювання досить складних процесів і систем у вигляді графіків і діаграм.

Класичні, на основі концепції лінійності, підходи були розроблені для опису стійких і не радикально мінливих процесів, що змінюються в окіллі стану рівноваги. Традиційні моделі управління технологічними процесами і традиційні аналітичні

методи аналізу індикаторів функціонування і прогнозування дуже часто наражаються на проблеми досягнення необхідного результату в обсязі знайомих рішень. У зв'язку з цим останнім часом інтенсивно розвивається альтернативний підхід до аналізу нелінійностей, що базується на теорії детермінованого хаосу, який пропонує пояснення іррегулярному поведінню й аномаліям у системах, які не є стохастичними за своєю природою [6].

Існує кілька конкуруючих підходів, що використовують ідею нелінійності [9]. Традиційні моделі є стохастичними. Однак ті спрощення, які встановлюються при ідентифікації моделі для придатності до практичної реалізації насправді нівелюють внутрішню «складність», властиву динамічному процесу [10]. В основу сучасних методів аналізу покладений пошук моделей нелінійного поведіння часових рядів. Це пояснюється тим, що нелінійні моделі можуть уловлювати дуже складні патерни в часових рядах.

На сьогодні найпопулярнішими є два підходи: стохастичний (традиційний) та на основі детермінованого хаосу. Другий підхід пояснює нерегулярну поведінку нестохастичних систем як результат складних нелінійних внутрішніх зв'язків [11].

Мета досліджень: обґрунтування використання методів вейвлет-аналізу для моделювання динаміки часових рядів технологічних змінних, що характеризують різнопланову поведінку технологічного комплексу цукрового заводу як складної організаційно-технічної системи.

Матеріали і методи. Вейвлетний аналіз, який виник порівняно недавно, є потужним засобом аналізу динаміки систем, що привертає все більшу увагу дослідників. Традиційно для аналізу часових рядів застосовується перетворення Фур'є, на якому заснований спектральний аналіз, що має визначну здатність фокусувати в точці інформацію про періодичність функцій при переході з часової області в частотну. Це досягається за рахунок того, що використовується система функцій (синуси, косинуси або комплексні експоненти), визначені на нескінченному інтервалі, що робить перетворення Фур'є непоганим інструментом для вивчення процесів, властивості яких не змінюються з часом. Однак ця обставина робить перетворення Фур'є неефективним методом дослідження нерегулярних функцій, характеристики яких еволюціонують у часі. У багатьох випадках цікавим є локальний зміст часового ряду, тобто інформація про те, як проявляються його особливості поведінки в конкретні відрізки часу. Таку задачу, на відміну від перетворення Фур'є і Лапласа, добре вирішує вейвлет-перетворення, що дає змогу розкласти частотний спектр за часом і визначити моменти, коли виникають або зникають різні цикли в динаміці, виявити особливості ряду на кожному рівні декомпозиції, а також виявити частотні особливості ряду, які передбачають у часі різкі та поодинокі змінювання. Ідея полягає в поетапному змінюванні масштабу розглядання, що можна реалізувати різними способами, але всі вони зводяться до послідовного закруглення початкової інформації або, навпаки, після сильного закруглення уточнюють особливості, які ще збереглися, а також їх місце [8, 12].

Вейвлети — сімейство функцій визначеної форми, локалізованих по осі аргументів, інваріантних до зсуву і лінійних операцій масштабування (стискання або розтягування), що мають вигляд коротких хвилових пакетів з нульовим інтегральним значенням. Вони створюються за допомогою спеціальних базових функцій, які визначають їх вид і властивості.

На відміну від перетворення Фур'є, вейвлет-перетворення рядів забезпечує двомірну розгортку, при якій частота і координата розглядаються як незалежні змінні, що робить можливим аналіз відразу в двох вимірах (частотному і часовому). В алгоритмі вейвлет-аналізу частотно-часовий простір замінюють на масштабно-часовий, відповідно, чим більший масштаб, тим менші різні деталі сигналу [13].

У пропонованій статті розглядається математичне та чисельне моделювання часових рядів за допомогою вейвлет-аналізу. Основний алгоритм обробки будується за умови існування часового ряду і полягає у визначенні показників стохастичності, хаотичності та аналізі особливих станів системи за допомогою вейвлет-перетворення. Таке комплексне застосування дає більш повну інформацію про досліджуваний процес, описаний часовими рядами.

Вейвлет-перетворення — це математичний інструмент для ієрархічної декомпозиції функцій. За допомогою вейвлетів функції представляються як композиція грубої низькочастотної апроксимації й уточнюючих компонентів (деталей), що представляють відсутні в апроксимації елементи графіка-функції. Незалежно від виду функції (зображення, крива), вейвлет представляє функцію як ієрархію рівнів відображення з різною точністю деталізації [14].

У процедурах попередньої обробки зображень вейвлет-перетворення використовується для зменшення рівня шумів, аналізу текстур, виділення контурів об'єктів і стиснення зображень.

Вейвлет-перетворення добре локалізовано в часі, що дає змогу виявляти структуру досліджуваного сигналу на окремих часових інтервалах. Крім того, використання багатомасштабного розкладання надає можливість аналізувати процес на різних масштабах часу, а також виявляти ряд важливих особливостей сигналів, пов'язаних зі зміною його структури при переході від одного масштабу до іншого, з розподілом енергії між масштабами тощо [15].

Особливість вейвлет-перетворень полягає в тому, що вони поряд з глобальними характеристиками процесів дають змогу розкрити особливості їх локальної структури. Вейвлет-аналіз надає можливість отримати локальну високочастотну і глобальну великомасштабну інформацію про об'єкт і визначити, в який момент часу з'явилися ті чи інші компоненти сигналу. Важливою характеристикою методів, заснованих на фрактальних уявленнях і вейвлет-перетвореннях, є їх універсальність, тому актуальність застосування вейвлет-аналізу часових рядів для задач автоматизації технологічних процесів цукрового виробництва не викликає сумніву.

Характерною особливістю вейвлетів є частотно-часова локалізація. Базисом вейвлет-розкладання є миттєво спадаюча вейвлет-функція:

$$\psi_{a,b} = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (1)$$

де t — час; a — масштабний коефіцієнт, що зумовлює формат розтягування вейвлета, b — зсуву вейвлет-функції. Існує певний набір подібних функцій [4, 10].

Обрахунок вейвлет-перетворення здійснюється визначенням згортки необхідної часової послідовності $f(t)$ з вейвлет-функцією [4, 8]:

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi_{a,b}(t). \quad (2)$$

Вейвлет-перетворення генерує тип набору властивостей, що характеризують поточний стан об'єкта керування.

Розпізнають безперервне і дискретне вейвлет-перетворення. Безперервне вейвлет-перетворення зводиться за сприянням безперервних масштабних перетворень і переносів вейвлета з довільними значеннями масштабного коефіцієнта a і параметра зсуву b [4, 10]:

$$W(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (3)$$

де символ $*$ показує дію комплексного з'єднання.

Двопараметрична функція $W(a, b)$ передає інформацію про зміну порівняного внеску складових частин різноманітного масштабу в часі і іменується спектром коефіцієнтів вейвлет-перетворення [4].

На основі вейвлет-спектр обраховують повну енергію сигналу:

$$E_f = \int f^2(t) dt = \iint W^2(a, b) \frac{da db}{a^2} \quad (4)$$

і розподіл повної енергії за масштабами (скейлограму вейвлет-перетворення) [4]:

$$E_w(a) = \int W^2(a, b) db. \quad (5)$$

На практиці часові ряди задають не аналітичними функціями, а дискретним набором даних, визначених на кінцевому часовому інтервалі. У цьому випадку при $t_k < t < t_{k+1}$, $f(t) = s_k$, $k = 1, 2, \dots, n$ формула (3) для коефіцієнтів вейвлет-перетворення модифікується таким чином [4]:

$$W(a, b) = \frac{1}{a^{1/2}} \sum_k S_k (\Phi_{k+1} - \Phi_k), \quad (6)$$

де

$$\Phi_k = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{t_k} \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt. \quad (7)$$

Вибір необхідного класу вейвлет-функцій має творчий характер і реалізується з урахуванням специфіки завдань дослідження та властивими відзнаками сигналу, що допомагає повніше розкрити й акцентувати ті чи інші прикмети аналізованого часового ряду.

Для зображення значень скалограми $S(a, b)$ можуть бути використані такі способи [10]:

- представлення поверхні в тримірному просторі координат (a, b, S) ;
- плоске зображення поверхні $S(a, b)$ в координатах (a, b) у вигляді топографічної карти. Спектр вейвлет-перетворення одномірного сигналу репрезентує поверхню в тривимірному просторі. Візуалізація спектра виконується шляхом проєкції на площину з ізолініями, що допускає прослідкувати зміни коефіцієнтів на різних масштабах в часі. Час наводиться на осі абсцис, частота — на осі ординат.

У деяких випадках широкі контури ліній близьких за частотою гармонік не дають можливості прослідкувати за еволюцією їх частоти в часі. Тоді можна відсікти вплив контурів, виділивши ті точки скалограми, в яких вона має максимум по змінним a і b , тобто побудувавши так званий скелетон. Для синусоїдального сигналу точки скелета розташовуються вздовж лінії паралельно до осі часу. Якщо ж дані мають гармонійні компоненти, топографічна карта скелетона буде складатися з лінії, орієнтованої вздовж осі b . Для випадку шумової компоненти лінії скелетона витягуються в перпендикулярному напрямку, тобто паралельно осі a . Таким чином, коли дані

містять і гармонічні компоненти, і шум, карта скелетона надає можливість побачити їх роздільно.

Результати досліджень. У результатів наших досліджень встановлено, що зміни технологічних процесів цукрового виробництва відбуваються настільки інтенсивно, а їхні якісні показники бувають настільки непередбачуваними, що для аналізу і прогнозування показників якості напівфабрикатів як вихідних величин технологічного комплексу цукрового заводу, синтез нових аналітичних і обчислювальних підходів, які беруть свій початок у різних галузях знань і є адекватними складній фізико-хімічній природі технологічних процесів, став насувною практичною необхідністю. Потрібно вивчати динаміку процесів, що відбуваються в багатокомпонентних дисперсних системах із лабільними властивостями продуктів, і розглядати причини та механізми виникнення нових режимів і дисипативних просторово-часових структур, оцінювати характерні масштаби й швидкості перехідних процесів, передбачати ймовірні зміни системи з метою забезпечення можливості керування важкопередбачуваними динамічними режимами, які виникають у складних технологічних системах, причому алгоритми керування повинні докорінно відрізнитись від класичних, враховуючи сучасні здобутки теорії нелінійної динаміки.

Були проаналізовані часові ряди основних технологічних змінних технологічного комплексу цукрового заводу: витрати пари, витрати соку, витрати стружки, температури, рН соку. При аналізі часових рядів, що характеризують поведінку процесів цукроваріння, використовувалися різні типи вейвлетів: Gau (Гауса), Morl (Морле), Mhat (мексиканський капелюх) [10]. Вейвлет-перетворення сигналу забезпечувалося за допомогою математичного пакета Matlab. Двомірні масиви коефіцієнтів наведені як точкові зображення, при цьому кількісні сутності показані відтінками чорного та білого кольорів. Максимальним значенням коефіцієнтів вейвлет-перетворення відповідають найбільш яскраві області зображення.

Для забезпечення змістовного з точки зору аналізу вейвлет-перетворень часових рядів стосовно важливих для задач керування аспектів дотримувались принципованих положень [14]: 1) ряди повинні бути як можна довшими: тривалість часових рядів досягала 15000—20000 вимірів, зважаючи на динамічні показники перехідних процесів (2—3 год); 2) періодичність замірів повинна бути рівною протягом ряду і збігатися у всіх рядах, інакше результати аналізу будуть неточними або навіть евристичними (в нашому випадку прийнято 5 сек); 3) дані повинні бути однопорядковими.

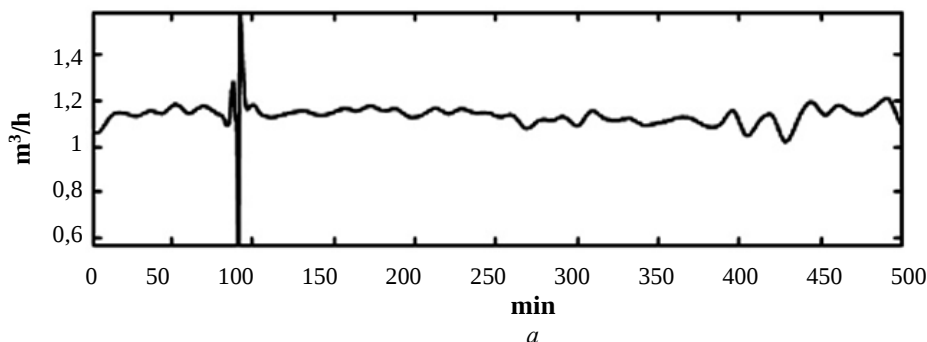
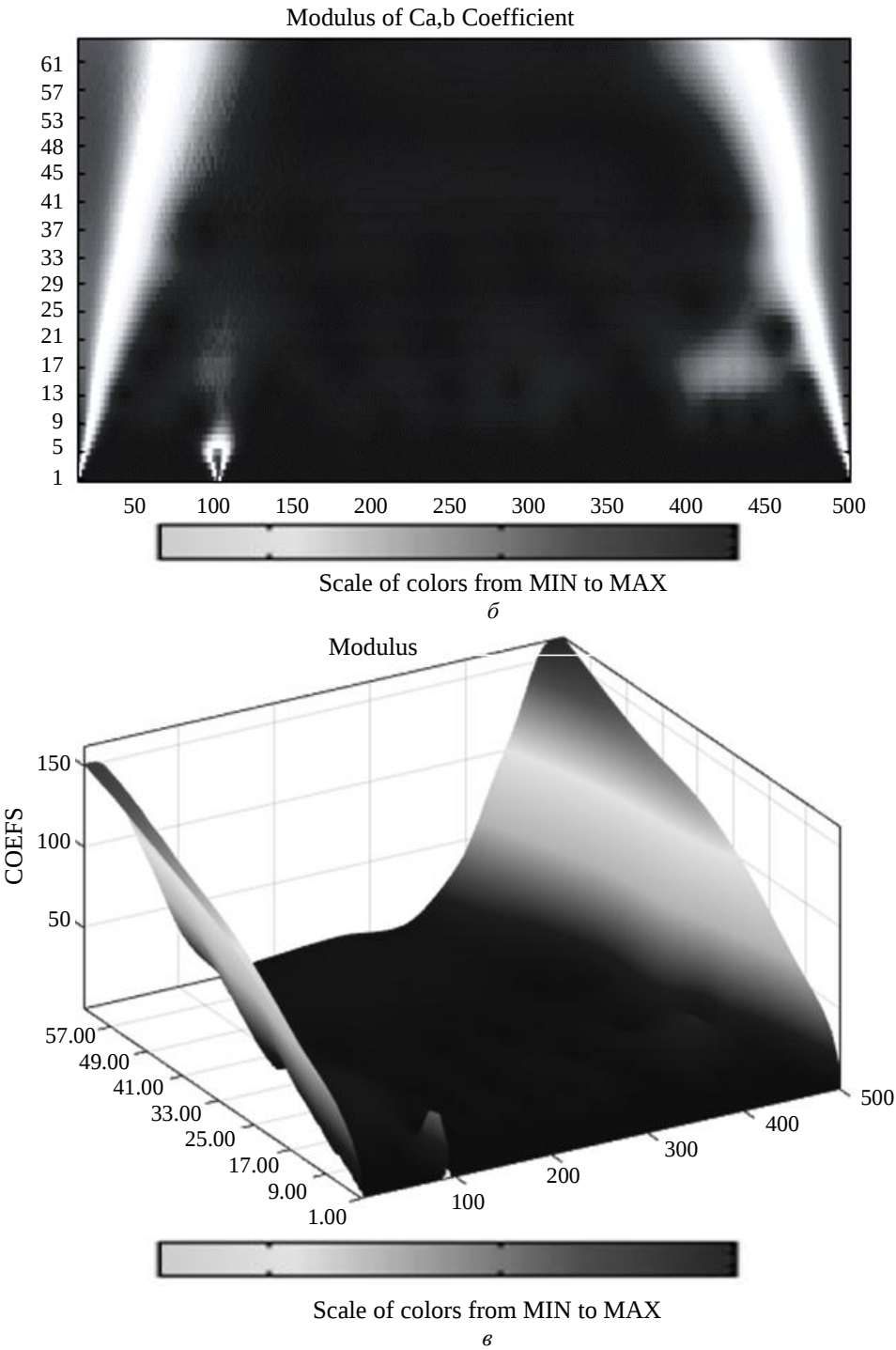


Рис. 1. Вейвлет-перетворення Морле часового ряду витрати вапнякового молока:
a — часовий ряд



Продовження рис. 1. Вейвлет-перетворення Морле часового ряду витрати вапнякового
молока:
 δ — вейвлет-спектограма; ϵ — тримірний графік вейвлет-коефіцієнтів

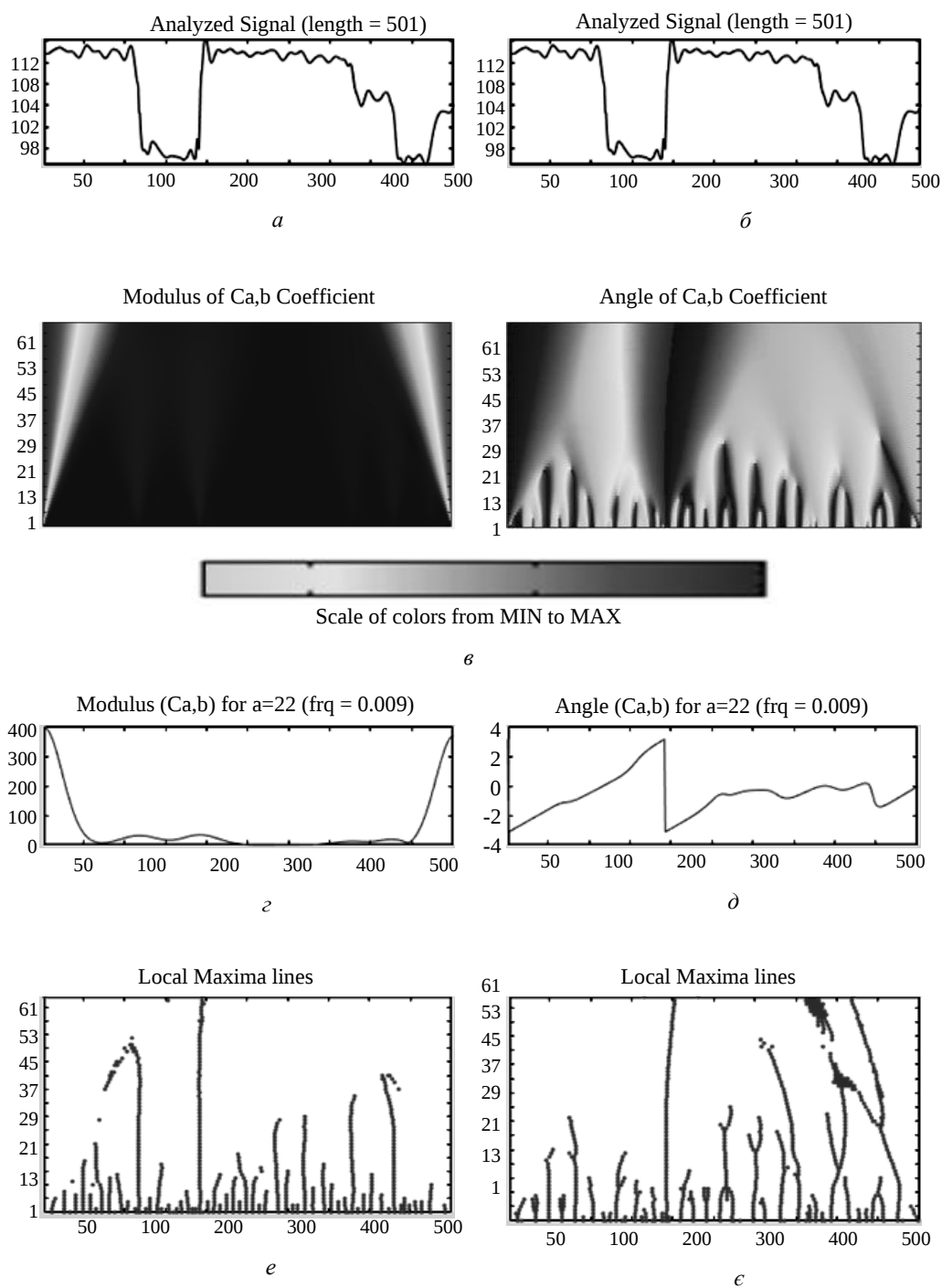


Рис. 2. Вейвлет-перетворення Гауса часового ряду витрати дифузійного соку

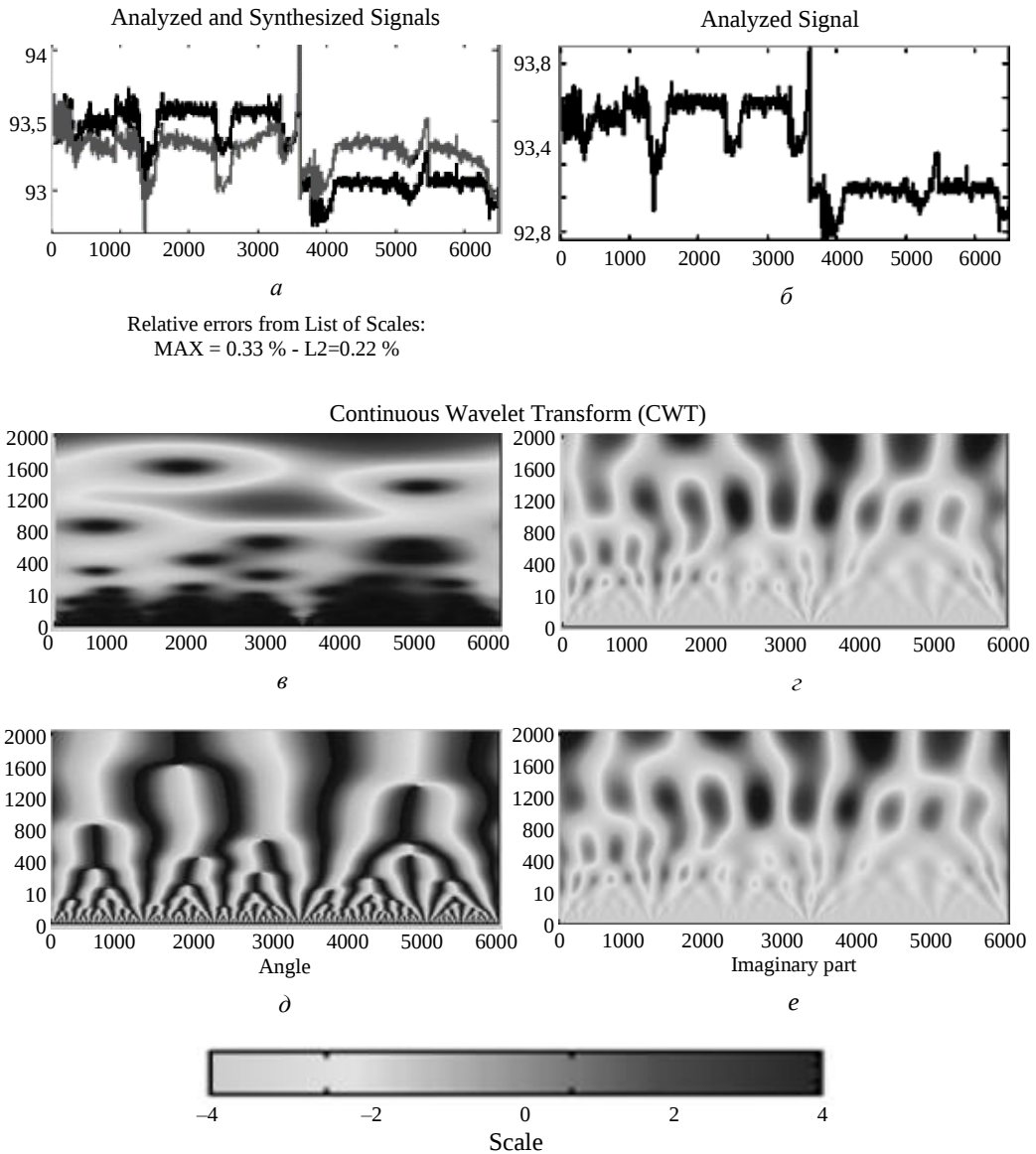


Рис. 3. Вейвлет-перетворення Морле часового ряду температури дифузійного соку

На рис. 1—3 наведені отримані результати проведеного вейвлет-аналізу часових рядів ряду змінних технологічного комплексу цукрового заводу, на яких можна спостерігати визначальні зміни в поведінці об'єкта керування. На рис. 1 при аналізі часового ряду витрати вапнякового молока виділено область різких викидів (сплесків), що забезпечує діагностику аномалій при аналізі ситуацій [10]. Виявлялися аномалії типу викидів, частота яких знаходилась в межах 4—5 годин. Також встановлені пропуски в даних, спричинені недосконалістю засобів вимірювання: проявлялися з дискретністю 18—26 год і тривалістю 2—8 хвилин. Спостерігалися точкові аномалії (випадкові екстремуми, нерегулярності), які зустрічалися дуже рідко.

У часовому ряді витрати дифузійного соку (рис. 2) встановлена нестационарність об'єкта керування, яка проходить на деяких часових інтервалах, що допускає можливість встановлення конкретних оцінок нестационарності як у якісному, так і в кількісному аспекті [16]. Виділялися тренди типу: лінійний тренд, поліноміальний тренд, експоненціальний тренд. Оцінка трендів проводилася за допомогою критеріїв екстремальних точок, знаках різниці, рангового критерію Спірмена [17]. Частота змінювань трендів спостерігалася в межах 1—3 годин.

На рис. 3 в часовому ряді температури дифузійного соку визначені періодичності в поведінці, а вейвлет-спектограма сигналу свідчить про наявність існуючих високочастотних шумів, також визначений їх частотний спектр. Спостерігалася наявність шумової компоненти із застосування критерію Філіпса-Перрона [17], частота якої змінюється в межах 3—5 годин.

Для виявлення хаотичної динаміки досліджуваних часових рядів на основі вейвлет-перетворень за методикою [18] були проаналізовані такі показники хаотичності, як розмірність простору вкладення, кореляційна розмірність і показник Ляпунова. Значення кореляційної розмірності складало від 2,56 до 4,89. Розмірність фазового простору була в межах 4—12.

За рівнем значень вейвлет-коефіцієнтів виділялись області специфічних проявів у поведінці об'єкта керування: зростання коефіцієнтів підвищує різкість характерної області в частотно-часовому спектрі, що реально неможливо при аналізі за допомогою Фур'є-перетворення.

Висновки. Вейвлетний аналіз — це особливий вид перетворення сигналів, який доцільно використовувати, коли результат аналізу поведінки об'єкта керування повинен встановити її локальні особливості з установленими координатами як у часовому, так і в частотному сегменті. За допомогою аналітичних і численних методів отримані вейвлет-спектри, скелетограми часових рядів основних змінних технологічного комплексу цукрового заводу, які дають змогу створити класифікацію їх особливостей. Порівняно із розкладом Фур'є вейвлети здатні з вищою точністю виявляти локальні особливості сигналів аж до розривів першого роду. Порівняно з аналізом за Фур'є, вейвлет-перетворення надає можливість проводити двомірну розгортку досліджуваного часового ряду, забезпечуючи представлення частоти і координат як незалежних змінних.

Генеральна ідея вейвлетного перетворення часових рядів полягає в його представленні на різних рівнях декомпозиції на дві групи: апроксимуючу — грубу функцію із повільною динамікою, і деталізуючу — зі швидкою динамікою змін.

Застосування вейвлет-аналізу забезпечує ефективну обробку й прогнозування нестационарних (у часі) або неоднорідних (у просторі) часових рядів технологічних об'єктів керування різних типів.

Результати вейвлетного аналізу з установленням їх особливостей надають можливість фахівцям проводити більш повну та коректну інтерпретацію поведінки складних об'єктів керування й розробки на їх основі ефективних рішень щодо управління.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ladanyuk, A. P., Reshetyuk, V. M., Kishenko, V. D., Smityukh, Y. V. (2014). *Innovative technologies in the management of complex biotechnological objects of the agro-industrial complex: monograph*, Center for Educational Literature, Kyiv.
2. Ladanyuk, A. P., Smityukh, Y. V., Vlasenko, L. O. (2013). *System analysis of complex control systems*, NUHT, Kyiv.

3. Jaffard, S., Meyer, Y., Ryan, R. (2001). *Wavelets: tools for science & technology*, Society for Industrial Mathematics, Philadelphia.
4. Zhengyou, H. (2016). *Wavelet Analysis and Transient Signal Processing Applications for Power Systems*, Wiley, China.
5. Selesnick, I. W., Bayram, I. (2014), Sparse signal estimation by maximally sparse convex optimization, *IEEE Trans. Signal Process*, 62(5), 1078—1092.
6. Kishore, Y., Sreenivasulu, T. (2015). Signal Adaptive Orthogonal Wavelet Decomposition and Hampel filtering for Impulse De-noising of Speech. *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, 4, 8368—8372.
7. Debnath, L. (2002). *Wavelet transforms and their applications*, Birkhäuser, Boston.
8. Dutkay, D. E., Jorgensen, P. E. T. (2006). Wavelets on fractals. *Rev. Mat. Iberoamericana*, 22, pp. 131—180.
9. Deqiang, L., Pedrycz, W., Nicolino, J. (2015). Fuzzy Wavelet Packet Based Feature Extraction Method and Its Application to Biomedical Signal Classification. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 52, 6, pp. 1132—1139.
10. Addison, P. S. (2002). *Illustrated wavelet transform handbook. Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance*. Institute of Physics Publishing, Bristol.
11. Almurshedi, A., Ismail, A. K. (2015). Signal refinement: Principal component analysis and wavelet transform of visual evoked response, *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 9(2), pp. 106—112.
12. Ding, Y., Selesnick, I. (2015). Artifact-free Wavelet Denoising: Non-convex Sparse Regularization, Convex Optimization, *IEEE Signal Processing Letters*, 22 (9), pp. 1364—1368.
13. Fabec, R., Ólafsson, G. (2003). The Continuous Wavelet Transform and Symmetric Spaces, *Acta Applicandae Math*, 77(1), pp. 41—69.
14. Sakai, M., Okuyama, Y., Wei, D. (2012). Separation of EEG and ECG components based on wavelet shrinkage and variable cosine window, *J Med Eng Technol*, 36(2), pp. 35—43.
15. Vitec, M., Hrubes, J., Kozumplik, J. (2009). A wavelet-based ECG delineation in Multilead ECG signals: Evaluation on the CSE Database, *IFMBE Proceedings*, 25, pp.177—180.
16. Picovici, D., Mahdi, A. E. and Murphy T. (2005). An Enhanced Single-Ended Method for Objective Speech Quality Assessment for Telephony Systems SPECOM. *Proceedings 10th International Conference SPEECH and COMPUTER. Patras, Greece*, pp. 633—636.
17. Davidson, R., MacKinnon, J. (2004). *Econometric Theory and Methods*. New York: Oxford University Press.
18. Shumin, Z., Tang, B., Chen, R. (2009). Comparison between Non-stationary Signals Fast Fourier Transform. and Wavelet Analysis. *International Asia Symposium on Intelligent Interaction and Affective Computing*, 8—9, pp. 128—129.